11. MÉCANIQUE

En physique, la mécanique s'intéresse aux mouvements des corps matériels. Elle est divisée en deux grands chapitres : la cinématique et la dynamique.

Déf. La cinématique est la subdivision de la mécanique dont l'objet est l'étude quantitative du mouvement des corps matériels, indépendamment des causes qui produisent ce mouvement.

Déf. La dynamique est l'étude du mouvement des corps en fonction des forces qui s'exercent sur eux.

Nous allons d'abord étudier le mouvement des particules. Dans bien des cas, nous pouvons faire abstraction de la forme exacte du corps matériel, aussi appelé **mobile**, et nous intéresser qu'à son mouvement. Par exemple, si l'on parle de la vitesse d'une voiture, on n'est pas intéressé à d'autres caractéristiques, comme ses dimensions.

Déf. Une particule est un point géométrique sans dimensions, mais doué d'une masse. On désigne aussi une particule par le terme de point matériel.

11.1 POSITION, DÉPLACEMENT, TRAJECTOIRE

Déf. La position d'une particule est un vecteur qui a comme origine un point de référence et comme extrémité le point où de trouve la particule.

Déf. Le déplacement est une grandeur vectorielle qui caractérise un changement de position. Si une particule se déplace d'un point *A* à un point *B*, le déplacement est le vecteur $\overrightarrow{AB}$.
Le déplacement est indépendant du chemin parcouru pour aller de *A* à *B*.

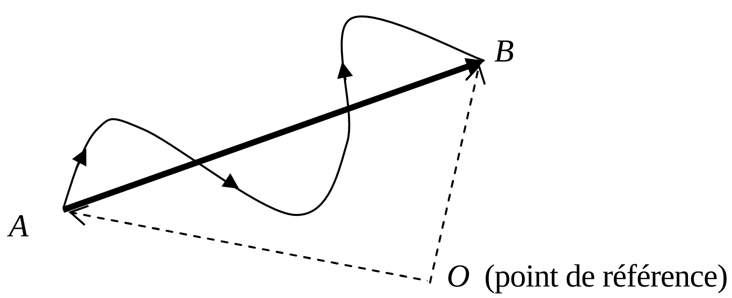


Fig. 11.1

Déf. La trajectoire d'une particule est le lieu de ses positions successives.

Dans le dessin ci-dessus, *A* est l'**origine** de la trajectoire, *B* son **aboutissement**. La longueur de la trajectoire est plus grande ou égale à la longueur du déplacement entre *A* et *B*. Il y a égalité lorsque la trajectoire est rectiligne.

11.2 LE TEMPS

La cinématique décrit le mouvement d'une particule en donnant sa position à chaque instant. Nous voyons qu'ici intervient la notion de temps. Dans le système SI, l'unité de temps est la seconde, s en abrégé, avec les multiples suivants :

60 s = 1 min   60 min = 1 h   24 h = 1 jour   1 année = 365,242 198 79 jours.

11.3 LA VITESSE

11.3.1 Vitesse moyenne (scalaire)

Etudions le mouvement d'une particule qui se déplace de A vers B. La méthode la plus simple est de mesurer la longueur *s* de la trajectoire et, d'autre part, le temps écoulé.

Déf. La vitesse moyenne d'une particule est le quotient de la distance parcourue par le temps écoulé.

$$\boxed{v_m = \frac{s}{t}} \tag{11.1}$$

Ce quotient nous donne le nombre de mètres parcourus par la particule par unité de temps, c'est-à-dire par seconde. Dans le système SI, l'unité de vitesse est le mètre par seconde, m/s en abrégé.

Pour les véhicules, on utilise le kilomètre/heure, km/h en abrégé.

La vitesse moyenne ainsi définie ne nous donne qu'une idée grossière du mouvement. Si nous considérons, par exemple, une automobile ayant parcouru la distance entre Lausanne et Genève, soit 60 km, en trois quarts d'heure, nous dirons que sa vitesse moyenne (scalaire) était de 60/(0,75) = 80 km/h. Mais, si l'on examinait plus précisément le mouvement, on verrait que la vitesse de la voiture n'était pas constante. Lors des ralentissements, la vitesse est peut-être descendue à 40 km/h ; lors des dépassements elle a peut-être excédé légèrement 120 km/h. On voit donc que pour améliorer la précision de la description du mouvement, il faut calculer la vitesse moyenne sur des intervalles de temps plus petits.

Intervalle No 1 $v_{m1} = \Delta s_1 / \Delta t$

Intervalle No 2 $v_{m2} = \Delta s_2 / \Delta t$

Intervalle No 3 $v_{m3} = \Delta s_3 / \Delta t$

….

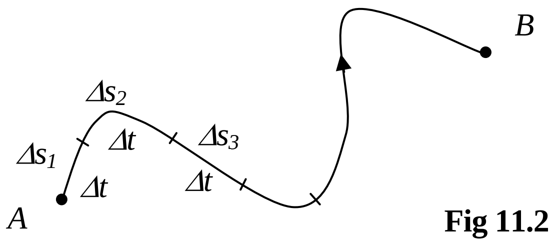


Fig 11.2

Les intervalles Δt étant égaux, les intervalles de longueur Δs seront proportionnels aux différentes vitesses. Plus on prend des intervalles de temps Δt petits, meilleure sera la description de la vitesse au cours du trajet.

11.3.2 Vitesse instantanée scalaire

Déf. On appellera vitesse instantanée scalaire, la vitesse moyenne calculée pour un intervalle de temps très petit.

Δt étant très petit, il s'ensuit que Δs est aussi très petit. La précision maximum est atteinte pour Δt presque égal à zéro ; on dit que Δt tend vers zéro et on écrit $\Delta t \to 0$.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{pour } \Delta t \text{ le plus petit possible.}$$

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}} \tag{11.2}$$

La vitesse instantanée v est la limite du quotient $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ quand Δt tend vers zéro.

11.3.3 Diagramme espace – temps

Il est possible de dessiner un diagramme (graphique) sur lequel on reporte en abscisse le temps et en ordonnée la distance parcourue. C'est une courbe qui est croissante si la particule se dirige dans le sens positif choisi sur la trajectoire, décroissante si la particule revient en arrière.

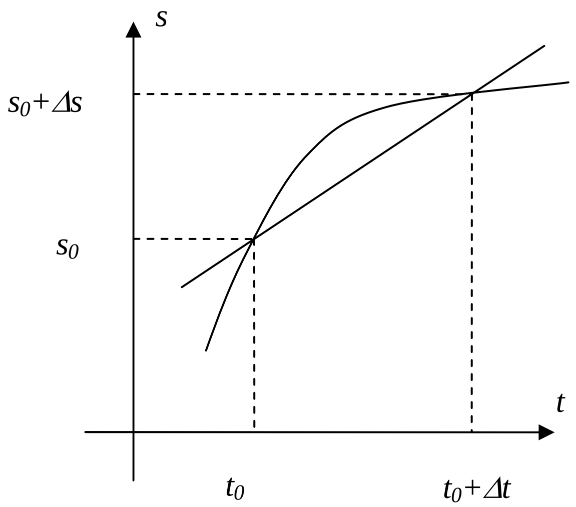


Fig. 11.3

Sur le dessin, on constate que la vitesse instantanée est égale à la pente de la sécante. Lorsque $\Delta t \to 0$, cette sécante se rapproche de la tangente.

La vitesse instantanée au point (t_0, s_0) est donc égale à la pente de la tangente à la courbe du diagramme espace-temps en ce point.

Sur un véhicule, c'est le compteur de vitesse, ou **tachymètre,** qui indique la vitesse instantanée.

11.3.4 Vitesse instantanée vectorielle

Soit une particule décrivant une trajectoire AB. Choisissons un système de coordonnées pour repérer la position de la particule à chaque instant.

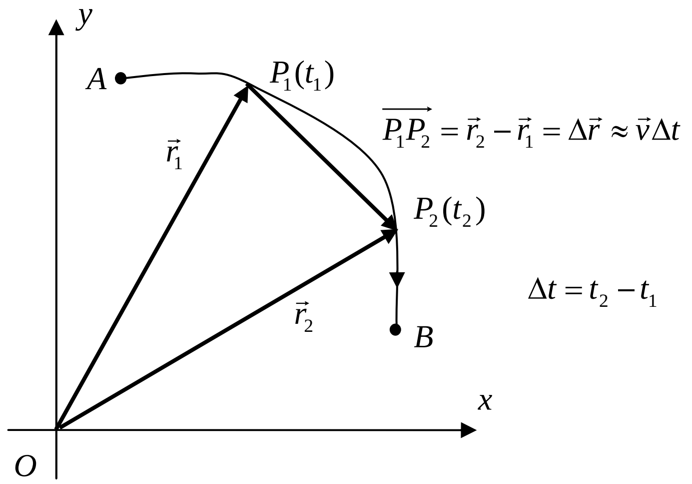


Fig. 11.4

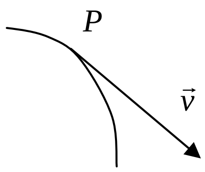
À l'instant t_1, la particule se trouve en P_1 et $\overrightarrow{OP_1} = \vec{r}_1$

À l'instant t_2, la particule se trouve en P_2 et $\overrightarrow{OP_2} = \vec{r}_2$

La distance P_1P_2 est approximativement égale à la vitesse instantanée en P_1 multipliée par Δt.

Lorsque $t_2 \to t_1$, $\Delta t \to 0$, la distance mesurée sur l'arc tend aussi vers $v\Delta t$ et le vecteur $\overrightarrow{P_1P_2}$ tend vers un vecteur tangent à la trajectoire en P_1.

Déf. La vitesse instantanée vectorielle est un vecteur tangent à la trajectoire, de même sens que le mouvement et de longueur égale à la vitesse instantanée.



$$\boxed{\vec{v} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}} \qquad (11.3)$$

Fig. 11.5

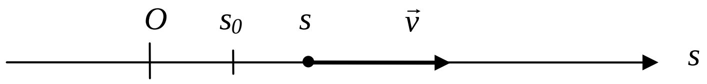
Nous allons maintenant étudier la relation entre vitesse et distance parcourue, d'abord dans un cas particulier, le mouvement rectiligne uniforme, puis dans le cas général.

11.4 RELATION ENTRE VITESSE ET DISTANCE PARCOURUE

11.4.1 Le mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Déf. Un mouvement est dit rectiligne uniforme si la trajectoire est une droite et si la vitesse est constante.

La vitesse instantanée vectorielle est alors un vecteur parallèle à la trajectoire, d'amplitude égale à la vitesse moyenne. Dans ce cas la vitesse moyenne et la vitesse instantanée sont identiques.



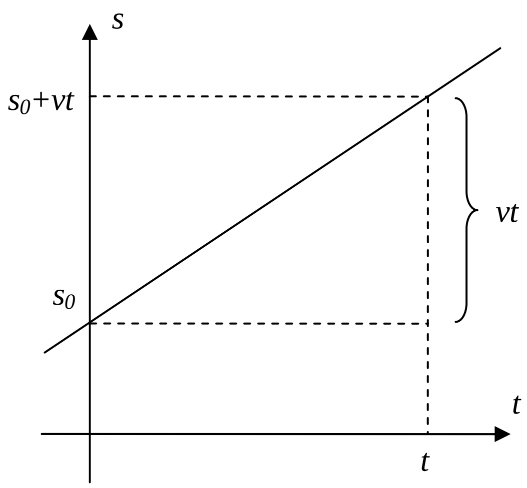
Déf. On appelle équation du mouvement d'une particule une relation mathématique qui donne sa position à tout instant.

Prenons une origine O sur la trajectoire et notons par s l'abscisse de la particule. Appelons s_0 l'abscisse du point de départ. La vitesse étant constante, la distance parcourue pendant un temps t est égale à vt.

À l'instant	$t = 0$	*la position est*	$s = s_0$
	$t = 1$		$s = s_0 + v \cdot 1$
	$t = 2$		$s = s_0 + v \cdot 2$
	…		
	$t = t$		$s = s_0 + v \cdot t$

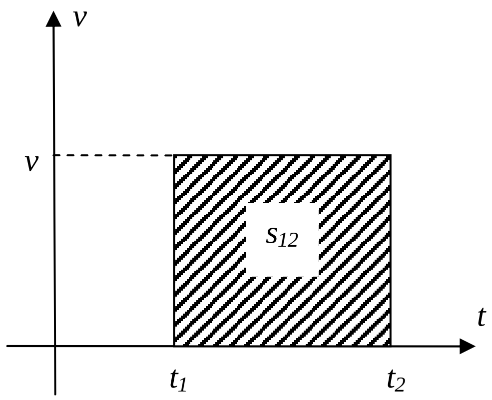
L'abscisse de la particule à l'instant t est donnée par la relation :

Équation du MRU : $$\boxed{s = s_0 + vt} \qquad (11.4)$$



$$\frac{s - s_0}{t} = \text{pente de la droite} = \frac{vt}{t} = v$$

Fig. 11.6 – Diagramme espace-temps du MRU



Si l'on reporte la vitesse en fonction du temps sur un graphique, on obtient une droite horizontale. Pour calculer la distance parcourue entre deux instants t_1 et t_2, on multiplie v par $(t_2 - t_1)$.

$$s_{12} = v(t_2 - t_1)$$

Cette distance est égale à la surface du rectangle hachuré.

Fig. 11.7 – Diagramme vitesse-temps du MRU

11.4.2 Mouvement quelconque

Nous pouvons maintenant calculer la distance parcourue entre t_1 et t_2 pour un mobile dont la vitesse est connue à tout instant. On pourra donc dessiner le diagramme vitesse-temps.

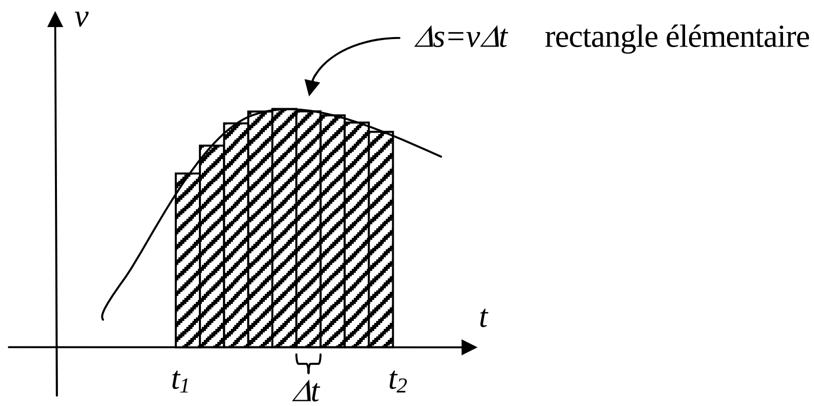


Fig. 11.8 – Approximation de la surface sous la courbe par des rectangles

La vitesse n'est pas constante, cependant on posera que pour un très court laps de temps Δt, elle est constante et égale à la moyenne pendant ce laps de temps. On calculera la distance parcourue pendant ce laps de temps comme pour un mouvement uniforme. Cette distance est égale à la surface d'un rectangle élémentaire. Pour obtenir la distance parcourue de t_1 à t_2, il suffit donc d'additionner les surfaces d'une série de rectangles élémentaires. Plus ils seront étroits, meilleure sera l'approximation. A la limite, lorsque $\Delta t \to 0$, la distance parcourue est égale à la surface sous la courbe.

La distance parcourue entre un instant t_1 et un instant t_2 par un mobile de vitesse quelconque est égale à la surface comprise sous le diagramme vitesse-temps entre ces deux instants.

<u>Remarque</u> : la surface est comptée positive si elle est située au dessus de l'axe, négative dans le cas contraire.

Exemple

Deux mobiles se déplacent avec un mouvement uniforme sur une même trajectoire. Partis respectivement de s_0 et s_0' avec des vitesses *v* et *v'*, à quel instant se rencontreront-ils ?

On peut résoudre ce problème graphiquement en recherchant l'intersection des diagrammes espace-temps

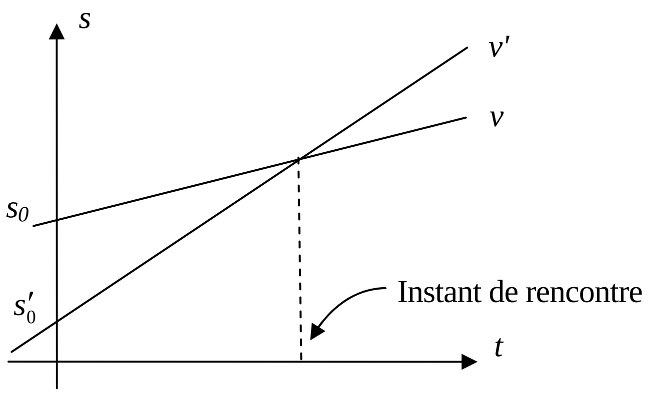


Fig. 11.9a - Cas de deux mobiles avançant dans le même sens. Celui de vitesse *v'* rattrape l'autre.

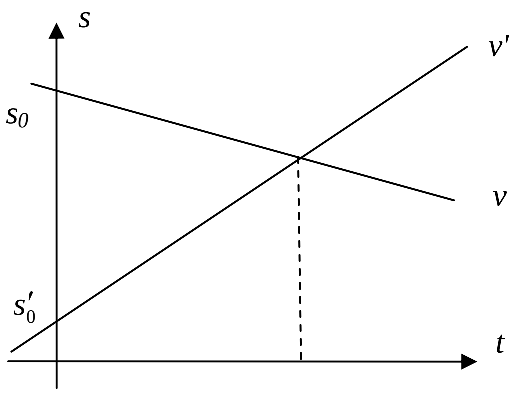


Fig. 11.9b - Cas de deux mobiles avançant en sens contraires et qui se rencontrent.

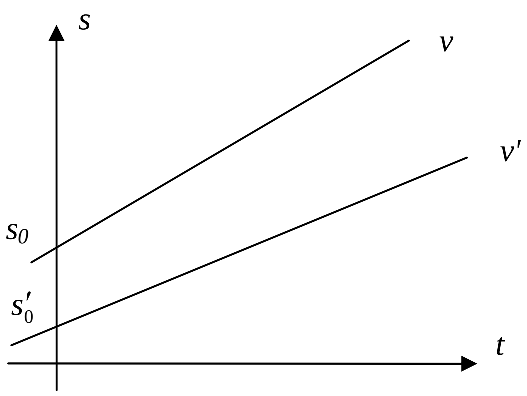


Fig. 11.9c - Cas de deux mobiles avançant dans le même sens. Celui de vitesse *v* est plus rapide. Pas de rencontre possible pour $t > 0$.

11.5 ACCÉLÉRATION

L'accélération est liée à une variation de vitesse. Nous avons vu au sous-chapitre précédent que la vitesse a un caractère vectoriel. Le vecteur vitesse d'un mobile peut évoluer de plusieurs manières :

- sa longueur varie, mais sa direction reste constante ;
- sa direction varie, mais sa longueur reste constante ;
- sa longueur et sa direction varient (cas général).

Voyons d'abord le premier cas, qui est celui de l'accélération tangentielle à la trajectoire.

11.5.1 Accélération tangentielle

Déf. On appellera accélération tangentielle moyenne pendant un intervalle de temps $t_2 - t_1 = \Delta t$ **le quotient par** Δt **de la variation de vitesse instantanée** $v(t_2) - v(t_1) = \Delta v$.

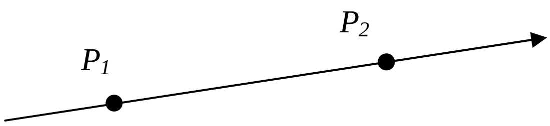


Fig. 11.10 - Exemple : mouvement rectiligne non uniforme.

À l'instant t_1, un mobile passe au point P_1 avec une vitesse $v_1=v(t_1)$.
À l'instant t_2, ce même mobile passe au point P_2 avec une vitesse $v_2=v(t_2)$.

$$v_2 - v_1 = \Delta v$$
$$t_2 - t_1 = \Delta t$$

$$\boxed{a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad (11.5)$$

L'accélération tangentielle instantanée s'obtient à partir de la variation de vitesse d'une manière analogue à celle utilisée pour définir la vitesse instantanée à partir de la variation de position (Eq. 11.2). L'approximation est d'autant meilleure que Δt est plus petit (passage à la limite).

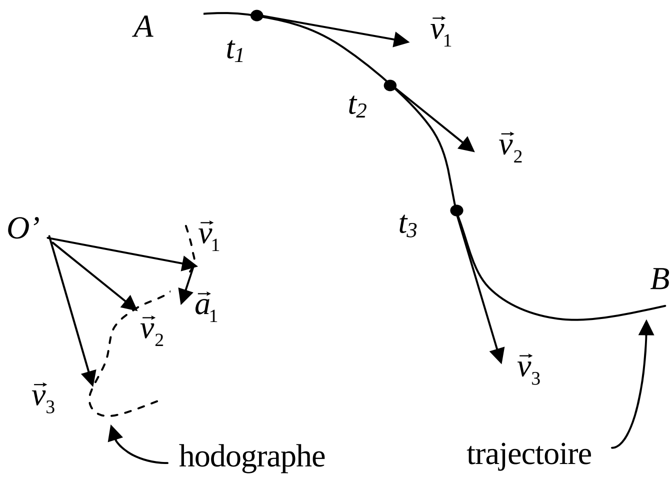
Déf. L'accélération tangentielle instantanée est la limite de l'accélération tangentielle moyenne lorsque l'intervalle de mesure $\Delta t \to 0$.

$$\boxed{a_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad (11.6)$$

Il nous faut encore une unité pour mesurer les accélérations. Par définition l'accélération est une variation de vitesse par unité de temps. La vitesse s'exprimant en m/s sans le système SI, l'unité d'accélération est le (m/s)/s, soit le m/s^2 (mètre par seconde au carré).

11.5.2 Accélération vectorielle instantanée

Considérons maintenant le mouvement d'une particule sur une trajectoire plane quelconque. On connaît sa vitesse instantanée vectorielle à tout instant. Nous pouvons faire une représentation graphique dans laquelle, à partir d'une origine fixe, on reportera le vecteur vitesse instantanée. L'extrémité de ce vecteur décrit une certaine trajectoire, appelée **hodographe**.



Variation de la vitesse vectorielle à l'instant t_i :

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_i$$
$$\Delta t = t_{i+1} - t_i$$

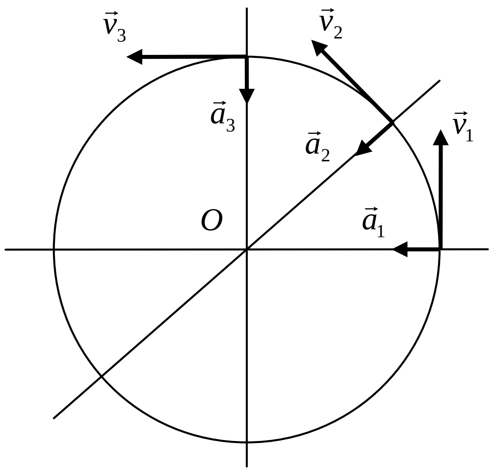
Fig. 11.11

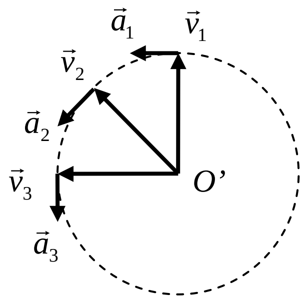
Déf. L'accélération instantanée vectorielle est la limite du quotient de la variation de la vitesse vectorielle pour un intervalle de temps très petit.

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}} \qquad (11.7)$$

11.5.3 Le mouvement circulaire uniforme (MCU)

Dans ce cas le module du vecteur vitesse est constant, mais sa direction varie.





L'accélération est constamment tangente au cercle.

Fig. 11.12a - Trajectoire **Fig. 11.12b - Hodographe**

Déf. Le mouvement circulaire uniforme (MCU) est le mouvement d'une particule dont la trajectoire est un cercle et dont la vitesse scalaire est constante.

Pour repérer la position de la particule, prenons un système de coordonnées avec comme origine le centre du cercle décrit par la particule. Soit r le rayon du cercle et v la vitesse scalaire de la particule.

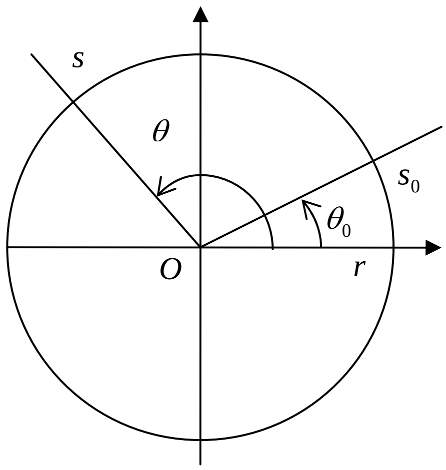


Fig. 11.13

Désignons par s_0 l'abscisse de départ.

Eq. du mouvement uniforme : $s = s_0 + vt$

A l'instant $t = 0$ la particule est repérée par θ_0.

A l'instant t la particule est repérée par θ.

Par définition de l'angle en radian :

$$s_0 = r\theta_0 \quad \text{et} \quad s = r\theta$$

En remplaçant dans l'éq. du mouvement :

$$r\theta = r\theta_0 + vt$$

En divisant par r et en introduisant la **vitesse angulaire** $\omega = v / r$ on obtient l'équation du mouvement angulaire

$$\boxed{\theta = \theta_0 + \omega t} \qquad \text{[rad]} \qquad (11.8)$$

L'unité de vitesse angulaire est le radian par seconde, rad/s en abrégé.

Calculons maintenant l'accélération vectorielle. La vitesse scalaire étant constante, l'accélération tangentielle est nulle. L'accélération vectorielle est dirigée vers le centre du cercle (**accélération centripète**).

Considérons les positions P_1 et P_2 du mobile aux instants t_1 et t_2. Désignons par $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ les vitesses vectorielles. La vitesse scalaire vaut $v = |\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$. L'intervalle entre les deux instants $\Delta t = t_2 - t_1$.

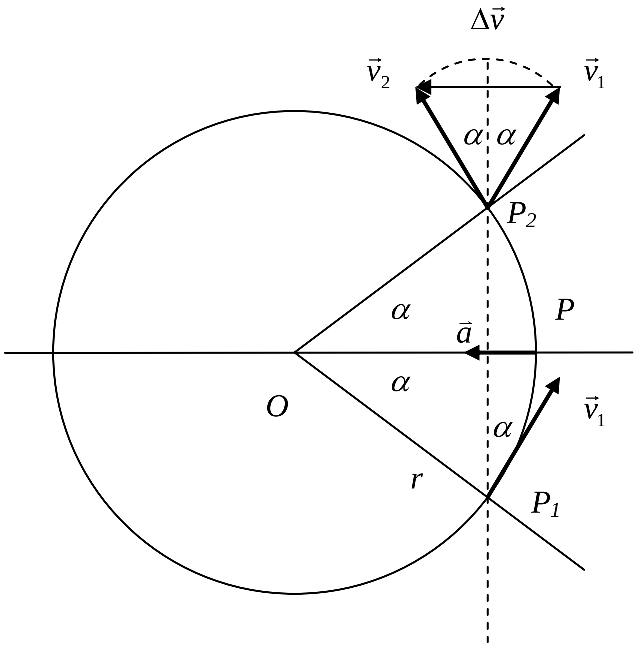


Fig. 11.14

Soit OP la bissectrice de l'angle P_1OP_2.

Soit α = angle P_1OP = angle POP_2

La longueur de l'arc P_1P_2 vaut $2\alpha r = v\Delta t$

Donc $\Delta t = \dfrac{2\alpha r}{v}$

$\vec{v}_1$ étant perpendiculaire à OP_1, on retrouve l'angle α entre $\vec{v}_1$ et P_1P_2

Transportons parallèlement le vecteur $\vec{v}_1$ en P_2

$\vec{v}_2$ étant perpendiculaire à OP_2, on retrouve l'angle α entre $\vec{v}_2$ et P_1P_2

$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ est donc parallèle à OP.

Partant de l'équation (11.7), l'accélération vaut $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ **;** En module : $a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}$ **.**

Pour $\Delta t \to 0$, $|\Delta\vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1|$ peut être approché par la longueur de l'arc de sommet P_2 et défini par les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$. La longueur de cet arc vaut $2\alpha\, v$; donc $|\Delta\vec{v}| = 2\alpha\, v$.

Remplaçant Δt et $|\Delta\vec{v}|$ dans l'expression de a, il vient : $a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \dfrac{2\alpha v}{2\alpha r / v} = \dfrac{v^2}{r}$

MCU : Accélération centripète
(dirigée vers le centre du cercle)

$$\boxed{a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r} \qquad (11.9)$$

où $\omega = v / r$ est la vitesse angulaire (voir Eq 11.8).

11.5.4 Le mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA)

Déf. On appelle mouvement rectiligne uniformément accéléré un mouvement rectiligne avec accélération constante.

Le mobile se déplace sur une droite et à chaque seconde sa vitesse augmente de *a* mètre par seconde. L'accélération tangentielle moyenne est égale à l'accélération tangentielle instantanée.

À l'instant	$t = 0$	$v = v_0$	= vitesse initiale
	$t = 1$	$v = v_0 + a\cdot 1$	
	$t = 2$	$v = v_0 + a\cdot 2$	
	…		
	$t = t$	$v = v_0 + a\cdot t$	

La vitesse (scalaire) de la particule au temps t est donnée par la relation :

MRUA: Équation de la vitesse: $\boxed{v = v_0 + at}$ (11.10)

Cette équation est tout à fait analogue à celle donnant la position en fonction de la vitesse dans le cas du MRU (§ 11.4.1).

Etablissons maintenant l'équation du mouvement. Pour cela, dessinons le diagramme vitesse-temps. En effet, nous avons vu au §11.4.2 que la distance parcourue est égale à la surface comprise sous le diagramme vitesse-temps. Au temps $t = 0$, la position du mobile est s_0.

Diagramme vitesse-temps du MRUA :

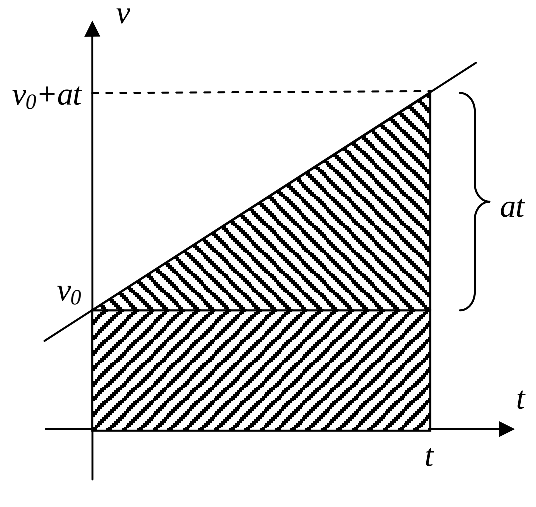


Fig. 11.15

$$\frac{v - v_0}{t} = \text{pente de la droite} = \frac{at}{t} = a$$

Distance parcourue au temps t
= surface sous la droite $v = v_0 + at$

$$= v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Position du mobile au temps t
= position initiale + distance parcourue

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Équation du MRUA : $\boxed{s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$ (11.11)

Diagramme espace-temps du MRUA :

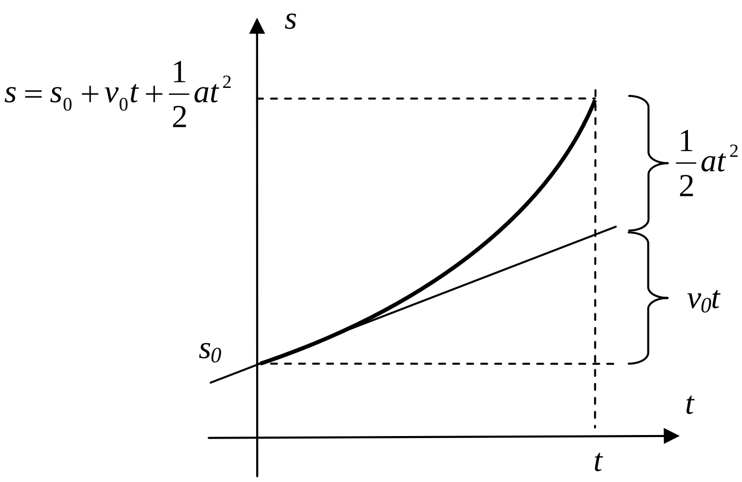


Fig. 11.16 - L'équation du mouvement du MRUA représente une parabole.

11.6 COMPOSITION DES DÉPLACEMENTS ET DES VITESSES

On remarque qu'on ne peut jamais parler de déplacement ou de vitesse absolus, mais que l'on définit toujours le déplacement et la vitesse par rapport à un objet de référence qu'on suppose fixe, Donc, il faudra toujours spécifier l'objet fixe supposé fixe qui sert de référence et qu'on appelle **référentiel.**

Exemple : Soit un individu assis dans un wagon.

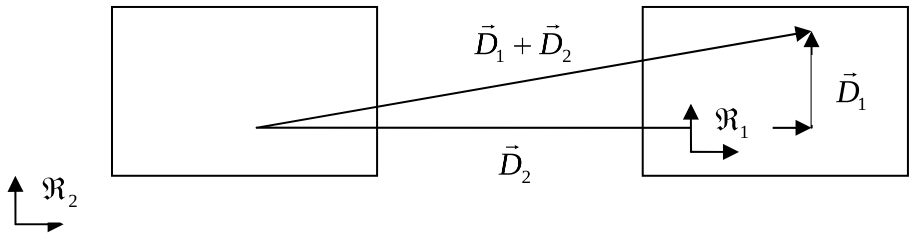


Fig. 11.17

S'il traverse le wagon, il effectue un déplacement $\vec{D}_1$ par rapport au référentiel $\Re_1$ du wagon.
En avançant, le wagon effectue un déplacement $\vec{D}_2$ par rapport au référentiel $\Re_2$ du sol.
Si les deux bougent en même temps, le déplacement par rapport au sol vaut $\vec{D}_1 + \vec{D}_2$.

Règle : Si un mobile se déplace de $\vec{D}_1$ par rapport au référentiel $\Re_1$ qui se déplace lui-même de $\vec{D}_2$ par rapport à un autre référentiel $\Re_2$, le déplacement du mobile par rapport au référentiel $\Re_2$ sera égal à $\vec{D}_1 + \vec{D}_2$.

Exemple : Un avion se déplace à 400 km/h dans une direction. Il subit un vent de travers de 100 km/h. On peut fixer le référentiel $\Re_1$ par rapport au vent et le référentiel $\Re_2$ par rapport au sol. L'avion se déplace à 400 km/h par rapport à $\Re_1$ et le vent de 100 km/h par rapport à $\Re_2$.

Comme les déplacements, les vitesses se composent vectoriellement. La vitesse de l'avion par rapport au sol sera égale à la somme vectorielle des deux vitesses.

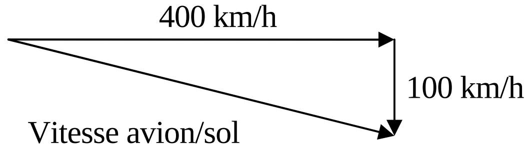


Fig. 11.18

Règle : Si un mobile se déplace à une vitesse $\vec{v}_1$ par rapport au référentiel $\Re_1$ qui se déplace lui-même à une vitesse $\vec{v}_2$ par rapport à un autre référentiel $\Re_2$, la vitesse du mobile par rapport au référentiel $\Re_2$ sera égal à $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

11.7 DYNAMIQUE

Déf. La dynamique est l'étude du mouvement des corps en fonction des forces qui s'exercent sur eux.

Toutes les connaissances de la mécanique dite classique : dynamique, statique, hydrodynamique, résistance des matériaux, etc… sont basées sur trois principes (ou lois), énoncés et publiés par Isaac Newton en 1687. La base de ces principes est expérimentale, c'est-à-dire que leurs énoncés sont les conséquences d'observations faites sur les phénomènes de la nature. La seule justification qu'on puisse leur donner consiste dans le fait que les théories qu'ils ont permis de développer sont bien conformes au comportement de la nature.

Déf. Un principe est un énoncé que l'on admet sans démonstration.

11.7.1 Premier principe (principe d'inertie)

Une particule ne subissant aucune action extérieure conserve une vitesse constante en amplitude, direction et sens.

Exemple : Faisons rouler une bille sur une table horizontale rugueuse : elle finira par s'arrêter, car elle subit les des perturbations dans son mouvement ; ces perturbations sont dues aux rugosités de la table et aux irrégularités de la bille. Si l'on répète l'expérience avec une table plus lisse et une bille plus parfaite, celle-ci conservera son mouvement plus longtemps. On peut supposer que dans le cas limite d'une table et d'une bille idéales, ce premier principe serait vérifié.

La tendance naturelle de la bille à conserver son mouvement est une propriété générale de tout corps matériel, qu'on appelle l'**inertie**. Un objet au repos reste au repos s'il ne subit aucune action extérieure. C'est le cas particulier où la vitesse est nulle et reste nulle. Le premier principe signifie donc qu'un système mécanique en mouvement a une tendance naturelle à conserver son mouvement, à moins qu'un autre système mécanique n'agisse sur lui pour modifier sa vitesse, c'est-à-dire lui communiquer une accélération. Ce fait était déjà connu de Galilée (1564 – 1642) ; le mérite de Newton a été de le formaliser. On appelle **référentiel galiléen** ou de **référentiel d'inertie** un référentiel dans lequel la trajectoire d'une particule ne subissant aucune action extérieure est rectiligne.

11.7.2 Masse, force, le deuxième principe (principe ou loi de Newton)

D'après le premier principe, chaque fois qu'un système mécanique subit une accélération, celle-ci doit être attribuée à l'influence d'un système différent du premier. On appelle **force** une action qui modifie le mouvement.

Déf. On appelle force la cause de toute accélération.

Appliquons une force $\vec{F}$ sur une bille. Celle-ci subit une accélération $\vec{a}$ de même sens et direction que la force. Une force double produira une accélération double. Il est logique d'admettre que l'accélération est proportionnelle à la force appliquée.

$$\vec{a} \propto \vec{F} \qquad (11.12)$$

Répétons l'expérience avec une deuxième bille de même matière, mais de volume double et appliquons-lui la même force $\vec{F}$. Nous constatons que cette deuxième bille subit une accélération deux fois moindre, $\vec{a}/2$. On peut répéter l'expérience en appliquant une force constante à des billes de même matière mais de volume différent, on constate que l'accélération est inversement proportionnelle au volume de la bille. On en conclut que plus grande est la quantité de matière contenue dans la bille, plus l'accélération est petite, c'est-à-dire plus il est difficile de mettre la bille en mouvement. On peut donc dire que l'inertie est proportionnelle à la quantité de matière. Désignons par *m* la **masse** de cette quantité de matière. L'accélération est donc inversement proportionnelle à la masse.

$$\vec{a} \propto \frac{1}{m} \qquad (11.13)$$

On déduit des relations (11.12) et (11.13)

$$\vec{a} = k\frac{\vec{F}}{m} \qquad (11.14)$$

où *k* est une constante de proportionnalité dépendant des unités de mesure.

Deuxième principe de la dynamique (Newton)

> **L'accélération d'une particule est directement proportionnelle à la force appliquée sur cette particule et inversement proportionnelle à sa masse.**

Dans le Système International d'unité (SI), la masse se mesure en kilogramme, kg en abrégé.
De plus, on choisit la constante *k* égale à un, ce qui définit en fait l'unité de force.

Deuxième principe de la dynamique (Newton) $\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}$ ou $\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$ (11.15)

Unité de force dans le système SI : $\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ (= unité de masse x unité d'accélération)

En l'honneur de Sir Isaac Newton, cette unité de force a reçu le nom de newton, N en abrégé.

$$\mathrm{N} = \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

<u>Note</u> : Les noms d'unités dérivés de noms propres s'écrivent avec minuscule (newton, ampère, volt,…), mais leurs abréviations s'écrivent avec une majuscule (N, A, V,…).
On met s au pluriel : ex. 2 newtons, 2 ampères, 2 volts.

11.7.3 Troisième principe (principe de l'action et de la réaction)

Si une particule 1 exerce une force sur une particule 2, alors la particule 2 exerce une force égale et opposée sur la particule 1.

Un exemple classique de l'application de ce principe est la propulsion d'une fusée. La force nécessaire à l'éjection des gaz par la tuyère produit par réaction une force qui propulse la fusée.

11.7.4 Principe de la gravitation universelle

Newton est avant tout célèbre pour avoir énoncé la loi de la gravitation universelle, déduite de l'étude des trajectoires des planètes.

Chaque particule de matière attire toute autre particule avec une force de gravitation. L'amplitude de cette force est proportionnelle au produit des masses des particules et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Cette force agit comme une attraction selon la direction joignant les positions des particules.

Sous forme scalaire :

$$\boxed{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}} \qquad (11.16)$$

Sous forme vectorielle :

$$\boxed{\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \quad avec \quad \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1} \qquad (11.16')$$

Cette loi est aussi valable pour des corps de forme sphérique. La force s'exerce selon la droite joignant les centres.

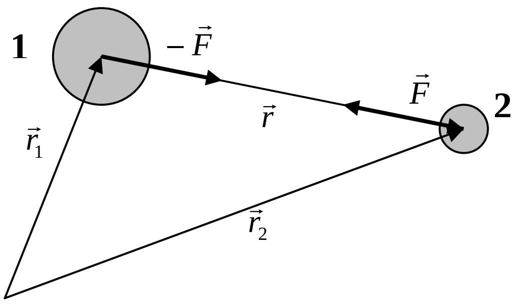


Fig. 11.19

Le système étant supposé isolé, la force d'attraction de 2 sur 1 est l'opposée de la force de 1 sur 2 (principe de l'action et de la réaction).

$\vec{F} = \vec{F}_{21} =$ force exercée sur le corps 2 par le corps 1

La constante G est un nombre fixe qu'on appelle constante de la gravitation universelle.

$$G = 6{,}673\,2\ 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2}$$

Cette constante est extrêmement petite, ce qui explique qu'on ne remarque pas l'action gravifique entre deux objets ordinaires.

11.7.5 Mesure de la constante *G*, balance de Cavendish

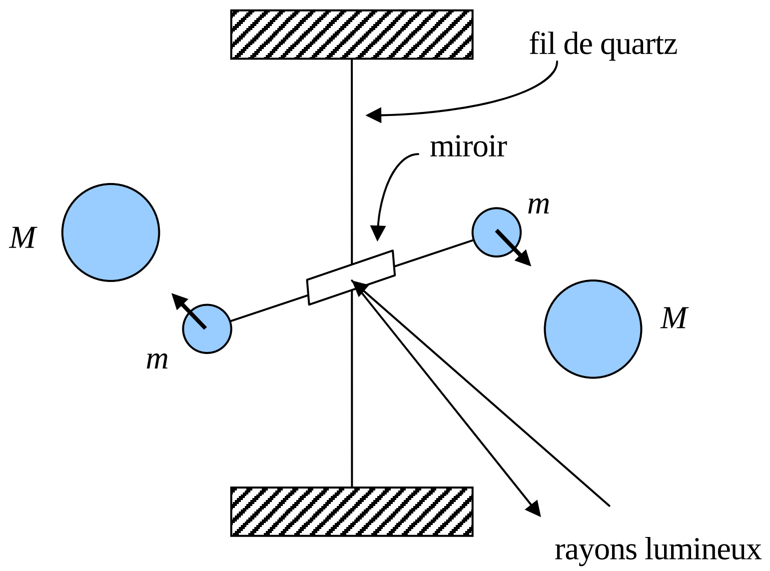


Fig. 11.20 – Principe de la balance de Cavendish

La balance de Cavendish est une balance de torsion composée d'un fil de quartz supportant un fléau avec une masse *m* à chaque extrémité. On approche des masses *M* des masses *m*. Il y a attraction et une force *F* s'exerce sur chaque extrémité du fléau et tend à le faire tourner. Auparavant on aura étalonné un fil de quartz et l'on connaîtra la force pour le faire tourner de 1°. Le rayon lumineux dévié par le miroir permet de connaître l'angle de rotation du fléau. On en déduit la force *F*. On mesure la distance *d* entre *m* et *M* qui sont connues. En utilisant le principe de la gravitation (éq. 11.16), on peut en tirer la constante *G*.

$$G = \frac{Fd^2}{mM}$$

Henry Cavendish réalisa pour la première fois cette expérience en 1798.

11.7.6 Poids, accélération gravitationnelle

Déf. On appelle poids d'un corps, la force d'attraction gravitationnelle que la Terre exerce sur ce corps.

C'est une **force** verticale qui varie avec l'altitude. Cependant les différences d'altitude qui sont à notre portée dans la vie courante sont en général négligeables vis-à-vis du rayon terrestre, ce qui fait que dans la plupart des cas on considère le poids comme constant.

La verticale d'un lieu est définie comme la direction de la force de gravitation. L'horizontale est définie comme le plan perpendiculaire à la verticale. Par définition, la verticale passe par le centre de Terre (si l'on admet qu'elle est homogène et de forme sphérique).

Un corps en chute libre étant soumis à une force $\vec{F}$ en direction du centre de la Terre, il s'ensuit d'après le deuxième principe qu'il subit une accélération :

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$

m étant la masse du corps. Cette accélération est appelée **accélération terrestre**, et on la désigne par $\vec{g}$. En un point donné, g est constante, car F est proportionnelle à m.

La force agissant sur le corps en chute libre est son poids. D'où la définition du poids qui est égal au produit de la masse par l'accélération terrestre.

Poids d'un corps de masse m $\boxed{\vec{w} = m\vec{g}}$ (11.17)

A la surface de la Terre, le module de g vaut, selon (11-16) : $g = \dfrac{GM}{R^2}$ où M est la masse de Terre et R son rayon. A cause de la rotation de la Terre sur elle-même, du fait qu'elle n'est ni parfaitement sphérique, ni tout à fait homogène, la valeur exacte de g dépend du lieu où l'on se trouve.

La valeur standard de g est $9{,}806\ 65\ \text{m/s}^2$. La valeur usuelle est $9{,}81\ \text{m/s}^2$.

Le poids d'une masse de 1 kg vaut 9,81 N, noté kp (kilopond) ou kgf (kilogrammeforce).
(On trouve parfois aussi kg*, ou kilo-poids, mais ce n'est pas officiel.)

11.7.7 Mesure de la masse et du poids

Les balances mesurent les masses des objets par comparaison de leur poids.

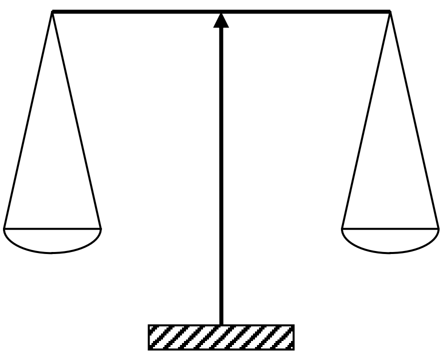


Fig. 11.21a - Balance de pharmacien

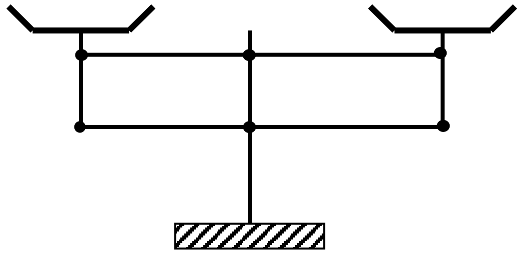


Fig. 11.21b - Balance de Roberval

L'appareil type pour mesurer les poids est le **dynamomètre**, qui se présente, en principe, de la façon ci-contre.

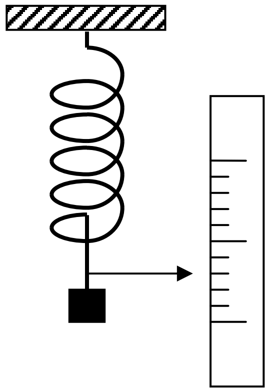


Fig. 11.22

Note : Dans le langage courant, on confond souvent poids et masse. Par exemple, on achète une marchandise au poids, alors qu'en fait on s'intéresse à la quantité de matière, donc à la masse.

Autre exemple : la balance de cuisine. Ce n'est pas à proprement parler une balance, puisqu'elle contient un ressort étalonné qui mesure le poids.

Dernier exemple : le BIPM est en France le Bureau International des Poids et Mesures. Il s'agit d'une appellation historique, car on y conserve une masse-étalon, le kilogramme, et non un poids-étalon.

11.7.8 Masse et poids spécifiques

Déf. On appelle masse spécifique d'un corps la masse de l'unité de volume de ce corps.

On utilise en général la lettre ρ (rhô).

Exemples : Le fer ρ_{Fer} = 7 870 kg/m^3 (à 20° C)

L'eau pure à sa densité maximale (4° C) : 999,970 kg/m^3

Note : Après la Révolution, la France a créé en 1795 un nouveau système d'unités à partir de grandeurs plus universelles que celles liées au corps humain, comme le pouce ou le pied. Le mètre était fixé comme la 10 millionième partie de la distance du pôle à l'équateur terrestre ; le kilogramme comme étant la masse d'un dm^3 d'eau pure à 4°C. Aujourd'hui on utilise d'autres définitions plus précises.

Déf. On appelle densité le rapport entre la masse d'un certain volume d'un corps et la masse du même volume d'eau pure à 4°C.

C'est donc un nombre dans dimension.

Exemples : densité du fer à 20°C :	7,870	
densité de l'eau à 4°C :	1	(valeur exacte)
densité de l'eau à 20°C :	0,998 233	

11.8 APPLICATIONS

11.8.1 La machine d'Atwood

Exercice

Considérons le dispositif ci-contre, appelé machine d'Atwood.

Supposons $m_2 > m_1$.

Calculer l'accélération des masses.

On fait les deux hypothèses simplificatrices suivantes :

1. La masse de la poulie est supposée négligeable par rapport aux masses suspendues.
2. On néglige les forces de frottement.

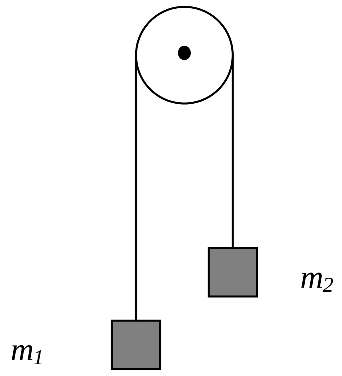


Fig. 11.23

11.8.2 Mouvement d'un satellite (orbite circulaire)

Considérons un satellite en orbite autour de la Terre.

A tout instant, la direction de la force $\vec{F}$ est située sur la droite qui passe par le satellite et le centre de la Terre ; son sens est dirigé vers le centre de la Terre.

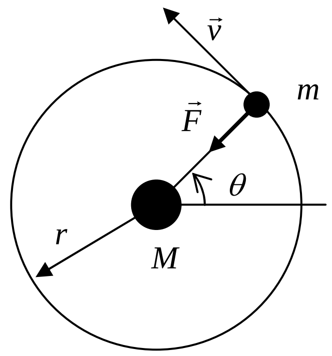


Fig. 11.24

La trajectoire est donc plane.

La Terre étant très massive par rapport au satellite, on peut prendre comme origine du système de coordonnées le centre de la Terre.

En coordonnées polaires, le satellite est repéré par (r,θ).

On peut écrire équations suivantes :

1) $\left|\vec{F}\right| = F = G\dfrac{Mm}{r^2}$ Force d'attraction ressentie par le satellite

2) $a = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r$ Dans le cas du mouvement circulaire, le rayon de la trajectoire r est constant, donc la force est constante. L'accélération centripète est donnée par (11.9). v est vitesse.

3) $F = ma$ Deuxième principe de la dynamique

Il vient : $F = G\dfrac{Mm}{r^2} = ma = m\dfrac{v^2}{r}$

Donc : $v^2 = \dfrac{GM}{r}$ Vitesse : $v = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$ [m/s]

Vitesse angulaire : $\omega = \dfrac{v}{r} = \sqrt{\dfrac{GM}{r^3}}$ [rad/s]

Le temps nécessaire pour accomplir une orbite complète vaut : $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM}}$ [s]