

4. INTRODUCTION À L'OPTIQUE

4.1 QUELQUES ÉTAPES HISTORIQUES

L'optique est la partie de la physique qui a pour but l'étude de la propagation de la lumière. Le mot « optique » vient du grec ancien et signifie « voir ». Qu'est-ce que la lumière ? Au cours des siècles, les philosophes, savants et physiciens qui se sont préoccupés de l'explication des phénomènes lumineux se sont répartis en deux groupes : ceux qui pensaient que la lumière était faite de corpuscules et ceux qui pensaient qu'elle était faite d'ondes.

Dans l'Antiquité, certains philosophes, comme par exemple Euclide, pensaient que la lumière était faite de corpuscules qui allaient de l'œil vers l'objet, pour le toucher, en quelque sorte. Ces corpuscules se déplaçaient à grande vitesse sur une ligne droite appelée **rayon lumineux**. Malheureusement, cette théorie est incapable d'expliquer les ombres. Il faut bien admettre que la lumière se déplace de l'objet vers l'œil. La notion de rayon lumineux, en revanche, est toujours d'actualité; elle est même à la base de l'optique dite géométrique.

Il fallu faire ensuite la distinction entre sources primaires et sources secondaires. Les **sources primaires** émettent réellement de la lumière, tandis que les sources secondaires la diffusent ou la réfléchissent. On constate en effet que les objets réfléchissent plus ou moins bien la lumière selon leur état de surface. Les lois de la réflexion de la lumière étaient déjà connues d'Archimède. En 212 av. J.-C., lors du siège de Syracuse par la flotte romaine, on rapporte qu'il fit construire un grand miroir parabolique pour concentrer la lumière du soleil sur les navires ennemis et ainsi tenter de les incendier.

La propagation de la lumière à l'intérieur des corps transparents garda plus longtemps son mystère. En passant d'un milieu à un autre, la lumière change de direction. La loi de la **réfraction** fut découverte en 1621 par Snell aux Pays-Bas, mais il ne publia pas ses résultats. En 1637, Descartes, en France, la retrouva indépendamment. En 1657, Fermat montra que cette loi était la conséquence d'un principe de minimum: la lumière se déplace selon le trajet de plus courte durée.

Les progrès de l'optique rejaillissent sur les autres sciences, notamment l'astronomie. Inventée aux Pays-Bas, mais perfectionnée par Galilée, la **lunette astronomique** lui permet en 1610, d'observer pour la première fois quatre satellites de Jupiter. Le **microscope** inventé à la fin du XVI^e siècle par le hollandais Janssen sera constamment amélioré au cours des siècles suivants. Cet instrument permit l'observation des cellules, des globules du sang, des bactéries et fit progresser la biologie et la médecine de façon considérable.

En 1666, Newton montre, à l'aide d'un prisme, que la lumière blanche se décompose en couleurs différentes allant du rouge au violet. Cette décomposition est aussi à l'origine du phénomène de l'arc-en-ciel. Newton défend l'idée de la nature corpusculaire de la lumière, car, en l'absence d'action extérieure, elle se déplace en ligne droite, mais les travaux de Huygens, Young, Fresnel sur la **diffraction** semblent contredire cette hypothèse et accèdent la nature ondulatoire de la lumière. Comme on ne pouvait pas concevoir que les vibrations lumineuses puissent se propager sans support matériel, on inventa le concept d'éther. La lumière s'y propage, tout comme les ondes sonores se propagent dans l'air, dans les liquides ou les solides.

La vitesse de la lumière

En 1676, un astronome danois, Römer trouva des écarts inattendus en compilant sur plusieurs mois les données concernant les éclipses des satellites de Jupiter. Plutôt que de remettre en cause la régularité des phénomènes observés, il conclut que la vitesse de la lumière devait être finie. Les écarts s'expliquaient par les différences des temps de propagation de la lumière selon les positions relatives de la Terre et de Jupiter au cours de l'année. La valeur qu'il obtint pour la vitesse de la lumière était environ 30% plus faible que celle admise aujourd'hui. En 1849, Fizeau fut le premier à mesurer la vitesse de la lumière en laboratoire grâce à la méthode de la roue dentée.

Au XIX^e siècle, la théorie ondulatoire est à son apogée grâce à Maxwell. Après avoir unifié la théorie de l'électricité et celle du magnétisme, il prédit l'existence d'ondes électromagnétiques pouvant se propager dans le vide et dont la vitesse est la même que celle de la lumière, aux erreurs de mesure près. Il conclut que **la lumière était un cas particulier d'onde électromagnétique**.

Le produit de la longueur d'onde λ par la fréquence ν est égal à la vitesse de la lumière dans le vide.

$$\boxed{\lambda \nu = c} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (4.1)$$

En 1983, une commission internationale a fixé la valeur numérique de c à 299 792 458 m/s.

Les photons

Tous les corps émettent des radiations électromagnétiques dont le spectre dépend de leur température. Par exemple une lampe à incandescence donne d'abord une lumière rougeâtre, puis blanche au fur et à mesure que la température du filament augmente. La théorie classique du rayonnement ne pouvait rendre compte de la baisse d'intensité lumineuse observée aux fréquences élevées. En 1900, Planck émet l'hypothèse que les corps chauds échangent de l'énergie avec leur environnement sous forme de paquets : c'est l'hypothèse des quantas. L'énergie d'un quanta est donnée par :

$$\boxed{E = h \nu} \quad [\text{J}] \quad (4.2)$$

où ν est la fréquence et h la constante de Planck, $h = 6,62607 \cdot 10^{-34}$ J.s.

En 1905, Einstein explique l'effet photoélectrique grâce à l'absorption de quantas de lumière et l'émission de « photoélectrons ». Une fois vaincu le scepticisme de la communauté scientifique de l'époque, la théorie corpusculaire de la lumière revient à nouveau à l'honneur. Les grains de lumière seront appelés ultérieurement **photons**.

La vitesse de la lumière joue un rôle tout à fait particulier en physique. La vitesse de la lumière ne dépend ni de la vitesse de la source ni de celle de l'observateur. Ce fait expérimental est à la base de la **théorie de la relativité**, qui reformule en quelque sorte la dynamique newtonienne pour en tenir compte. L'une de ses prédictions est que la vitesse de la lumière joue le rôle de vitesse limite pour les objets matériels. Quelle que soit l'énergie cinétique communiquée à un corps matériel, celui-ci ne peut jamais dépasser la vitesse de la lumière.

En 1924, Louis de Broglie réconcilie les points de vue ondulatoire et corpusculaire en montrant que les objets matériels peuvent aussi être considérés comme des superpositions d'ondes de matière. L'année suivante, Schrödinger formula sa célèbre équation qui permit d'expliquer la structure atomique, et notamment de calculer les fréquences des raies spectrales caractéristiques de chaque atome. Les énergies des photons émis sont simplement égales aux différences d'énergie entre deux états de l'atome, c'est-à-dire entre deux arrangements possibles des électrons autour du noyau.

L'émission spontanée de photons par les atomes n'est pas le seul mécanisme possible. Einstein posa en 1917 les bases théoriques de l'émission stimulée de radiations électromagnétiques. Le premier **LASER** (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) fut construit en 1960 en utilisant un cristal de rubis dans un résonateur optique. Un pas technologique important de l'**optoélectronique** fut franchi en 1970 avec la diode laser continue fonctionnant à température ambiante. Actuellement ce dispositif se trouve dans tout CD ou DVD.

Parallèlement, le laser relança l'intérêt pour les **fibres optiques**, ce qui eu un impact énorme sur les télécommunications. A partir de 1970, plusieurs types de fibres se sont succédé avec des performances toujours meilleures (atténuation, dispersion). Actuellement on arrive à des débits de transmission de 40 Gbits/s sur de très longues distances (> 1200 km)⁵.

Les détecteurs d'images numériques, CCD apparus vers 1980, plus récemment CMOS, ont rendu possible les immenses progrès du traitement d'images par ordinateur.

Signalons enfin les avancées récentes de l'astronomie, la découverte d'exoplanètes par exemple, grâce à des télescopes de diamètre toujours plus grands. Pour s'affranchir des perturbations atmosphériques, on peut soit placer un télescope en orbite (Hubble, 1990), soit corriger les fluctuations à l'aide d'une optique adaptative. Les perturbations sont corrigées en temps réel par des dizaines, voir des centaines de miroirs déformables. Actuellement des engins gigantesques, de 30 à 60 m de diamètre sont en projet :

- E-ELT, projet européen avec miroir collecteur de 42 m de diamètre. Prévu pour 2015.
- TMT, instrument américano-canadien, prévu pour travailler dans le visible et l'infrarouge. Il sera constitué de 738 miroirs hexagonaux. Probablement opérationnel en 2016.
- GMT, projet d'universités américaines et australiennes. Ce télescope comportera 7 miroirs de 8,4 m de diamètre.

En conclusion l'optique occupe une place prépondérante dans l'histoire des sciences, car elle a permis des progrès technologiques décisifs dans une foule de domaines comme l'astronomie, la biologie et la médecine. Sur un plan philosophique, au cours de l'Histoire, l'optique a transformé plusieurs fois notre manière de nous représenter le monde. Selon toute probabilité, ce n'est pas fini...

⁵ Evolution récentes des fibres optiques monomodes, Nexans Suisse SA, 2005.

4.2 LE SPECTRE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

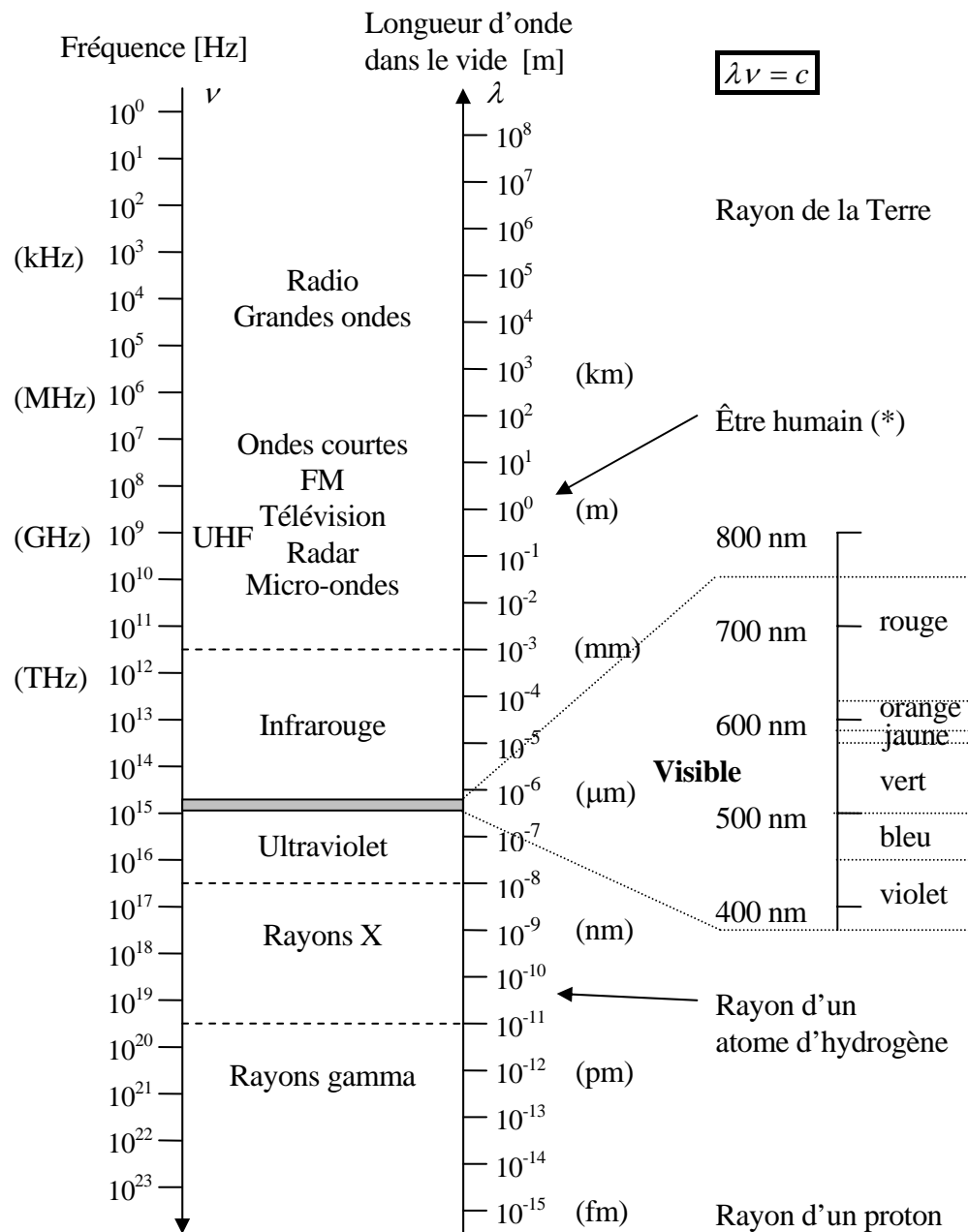


Fig. 4.1

(*) « L'être humain est la mesure de toute chose. » - Protagoras (~485 – 420 av. J.-C.).

4.3 LE SPECTRE VISIBLE

Le spectre visible correspond à la portion du spectre électromagnétique à laquelle l'œil humain est sensible. Sur l'échelle des longueurs d'onde, il s'étend de 400 à 750 nm environ. On distingue habituellement 6 couleurs⁶ : rouge, orange, vert, jaune, bleu, et violet.

Les **couleurs primaires** sont rouge, vert, bleu ; les **couleurs secondaires** : orange, jaune, violet.

La sensibilité de l'œil humain est maximale vers 550 nm (jaune-vert), ce qui est proche du maximum du spectre solaire, représenté sur la figure ci contre.

Exitance spectrale = Puissance rayonnée par m^2 et par nm de longueur d'onde.
(Le Soleil est assimilé à un corps noir chauffé à 5785 K.)

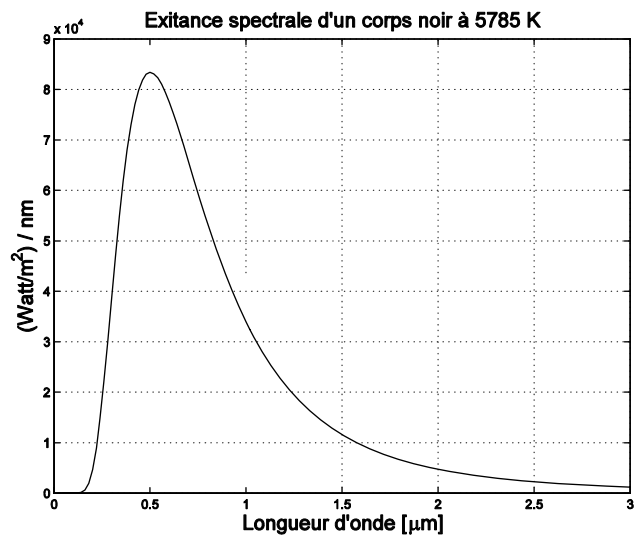


Fig. 4.2

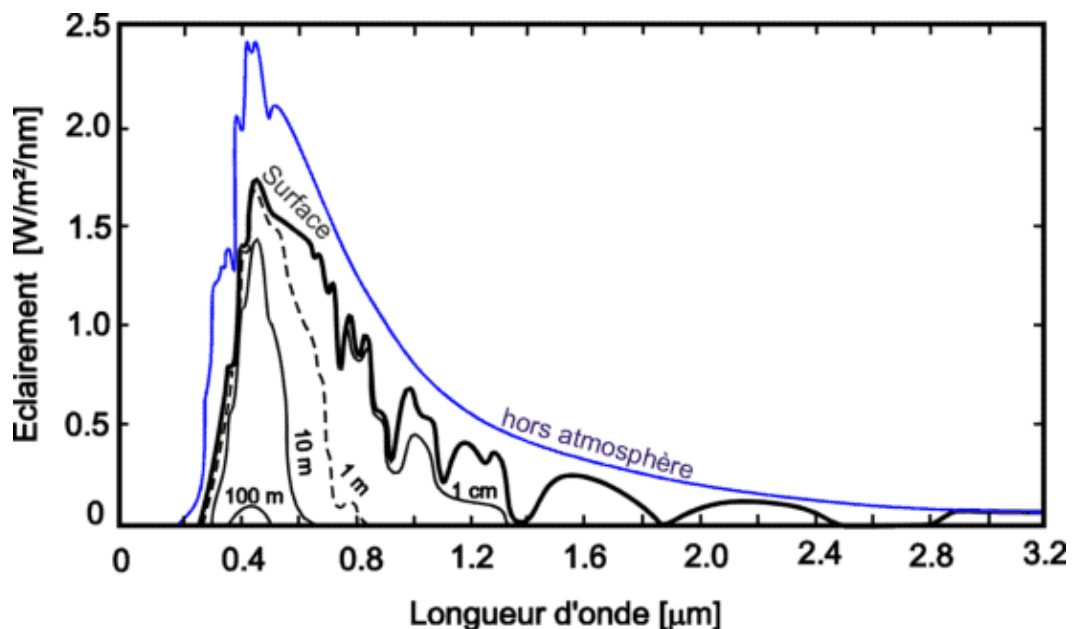


Fig. 4.3 - Éclairement mesuré au niveau de la mer et à différentes profondeurs : 1 cm, 1 m, 10 m et 100 m. On remarque que le spectre visible correspond à la lumière qui pénètre à quelques mètres sous la surface de l'eau.

Source : ISITV

⁶ L'indigo est aujourd'hui « abandonné ». Il avait été introduit par Newton pour avoir 7 couleurs, chiffre jugé plus sacré que 6.

4.4 LES MILIEUX OPTIQUES

On appelle milieu optique toute portion de l'espace matériel dans lequel se propage la lumière. On distingue habituellement :

- les **milieux transparents** tels que l'air, l'eau, le verre, qui laissent bien passer la lumière et au travers desquels on peut distinguer la forme des objets ;
- les **milieux translucides** tels que le verre dépoli, le papier huilé, qui laissent passer la lumière, mais au travers desquels on ne peut pas distinguer la forme des objets ;
- les **milieux opaques**, qui ne laissent pas passer la lumière.

Selon son épaisseur, une même matière peut être transparente, translucide ou opaque.

Un milieu transparent est caractérisé par son coefficient d'absorption. Le flux lumineux s'atténue selon une exponentielle décroissante.

Loi de Beer-Lambert⁷

$$\Phi = \Phi_0 e^{-kx} \quad (4.3)$$

k = coefficient d'absorption e^{-kx} = facteur de transmission

Le verre joue un rôle central en optique puisque c'est dans cette matière que sont faites les lentilles et les prismes. A la base, le verre est constitué de silice (SiO_2 , oxyde de silicium) auquel on ajoute plusieurs substances pour obtenir les propriétés voulues. En général les fabricants donnent les facteurs de transmission en fonction de la longueur d'onde pour les différents types de verre.

Le verre est une substance amorphe, c'est-à-dire non cristalline.

4.5 LA PROPAGATION DE LA LUMIÈRE

Dans un milieu homogène, on constate que la lumière se propage en ligne droite dans toutes les directions. La propagation rectiligne de la lumière est un cas particulier du principe de Fermat.

Principe de Fermat : Pour aller d'un point à un autre, la lumière se propage selon le trajet de plus courte durée.

Dans un milieu homogène, ce trajet coïncide avec celui de plus courte longueur. S'il y a des réflexions, sur de miroirs par exemple, le minimum n'est pas un minimum absolu.

On constate aussi que pour aller d'un point B à un point A , la lumière suit le même trajet que pour aller de A à B . Ceci est connu sous le nom du principe du retour inverse.

Principe du retour inverse

Le trajet suivi par la lumière est indépendant de son sens de propagation.

⁷ Jean-Henri Lambert (1728 – 1777). Pour les solutions aqueuses transparentes, cette loi est connue sous le nom de loi de Beer. (August Beer (1825 – 1863).)

4.5.1 Le concept de rayon lumineux

En optique géométrique, on s'intéresse à la propagation des **rayons lumineux**. En fait, une onde lumineuse, comme toute onde en général, comporte des maxima et des minima qui évoluent dans l'espace. En faisant une analogie avec des vagues à la surface d'un lac: les fronts d'onde sont les lieux des maxima et ils se déplacent dans le sens des rayons.

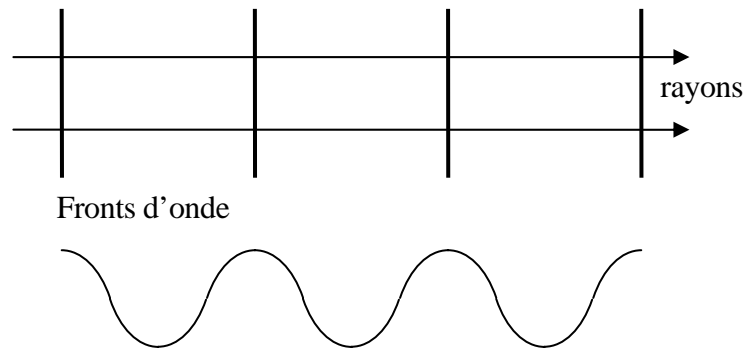


Fig. 4.4

Un ensemble de rayons constitue un **faisceau lumineux**.

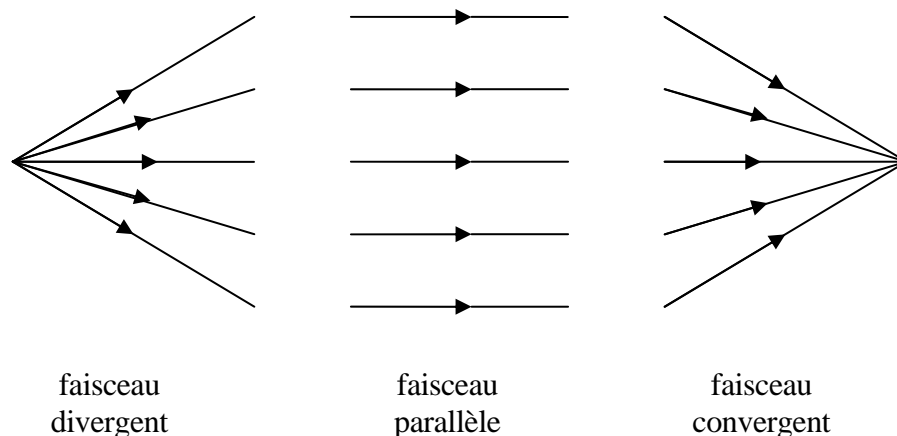


Fig. 4.5

Une source de lumière émet un faisceau divergent. Lorsqu'on s'en éloigne suffisamment, on peut considérer que les rayons sont parallèles : c'est le cas de la lumière qui nous vient du Soleil. On peut faire converger des rayons parallèles au moyen d'une lentille (loupe).

En général, les phénomènes lumineux que nous observons dans une portion de l'espace proviennent d'une **superposition** de faisceaux.

Il est illusoire de vouloir isoler un rayon lumineux. Lorsqu'on projette un faisceau parallèle sur un écran percé d'une ouverture circulaire de diamètre réglable (diaphragme), l'expérience montre que l'on obtient d'abord un faisceau cylindrique comme prévu, puis lorsque l'ouverture est de l'ordre de $0,1 \mu\text{m}$, le faisceau a tendance à s'élargir, ce qui est en contradiction avec le principe de la propagation rectiligne. Ce phénomène est connu sous le nom de **diffraction**. Il ne

peut s'expliquer qu'en faisant intervenir la nature ondulatoire de la lumière. D'une manière générale, on ne peut faire abstraction de la nature ondulatoire de la lumière lorsque celle-ci se propage dans des structures dont les dimensions sont comparables à sa longueur d'onde.

4.5.2 Ombres et pénombres

Les objets opaques, en arrêtant la lumière, sont responsables de la formation d'ombres, qui s'expliquent par la propagation rectiligne de la lumière.

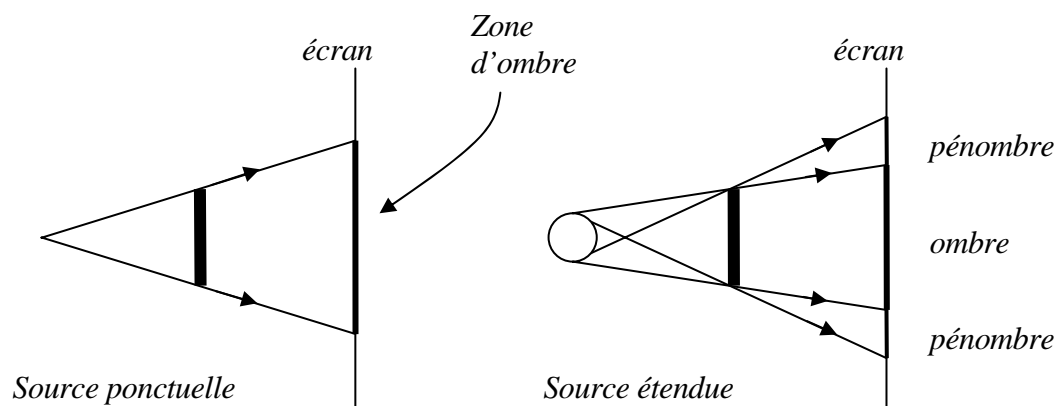


Fig. 4.6

Ce phénomène explique les éclipses :

- Une éclipse de Soleil a lieu lorsque la Lune s'interpose entre le Soleil et l'observateur terrestre ;
- Une éclipse de Lune a lieu lorsque celle-ci intercepte le cône d'ombre de la Terre.

4.5.3 Diamètre apparent d'un objet

Déf. Le diamètre apparent d'un objet est l'angle sous lequel l'observateur voit cet objet.

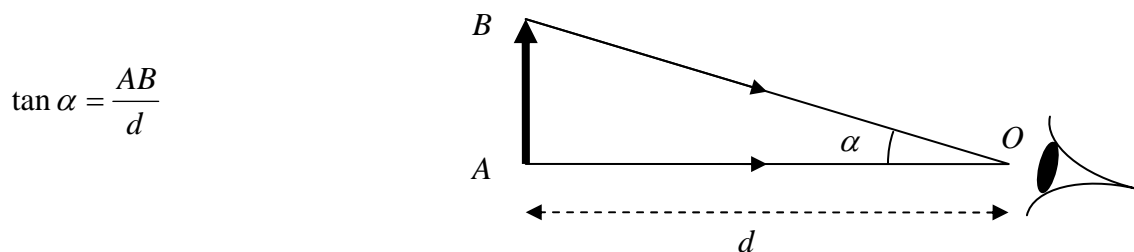


Fig. 4.7

Attention : en optique, le diamètre apparent est un angle et non une longueur. Selon le contexte, il est préférable d'utiliser l'expression « diamètre angulaire apparent ».

5. LES MIROIRS

5.1 MIROIR PLAN

Expérimentalement on constate que les objets polis ont la propriété de réfléchir les rayons lumineux dans une direction privilégiée. Pour exprimer ce changement de direction de la lumière, on mesure les angles formés par les rayons incidents et réfléchis avec la normale à la surface réfléchissante.

Lois de la réflexion

Les rayons incident et réfléchi sont dans un même plan.

Les angles formés par les rayons incident et réfléchi de part et d'autre de la normale sont égaux.

$$i = r$$

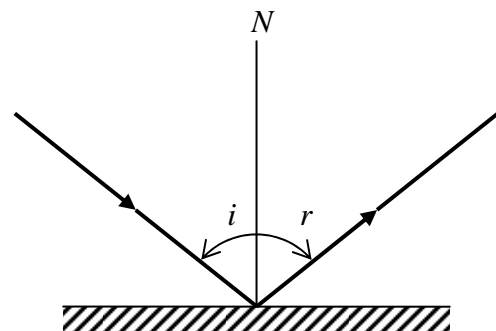


Fig. 5.1

Les lois de la réflexion sont en accord avec le principe de Fermat. Le trajet de la lumière de A à B est minimum lorsque $i = r$.

Idée de démonstration :

Choisir un point situé à une distance x du point de réflexion du rayon. Calculer la longueur du trajet et montrer qu'elle est minimale pour $x = 0$.

(Voir exercice.)

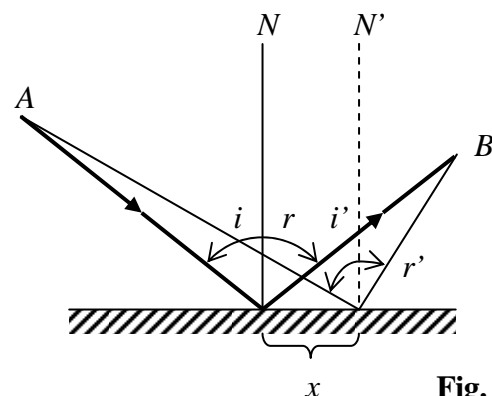


Fig. 5.2

En regardant un objet dans un miroir, on voit une image symétrique de cet objet, située derrière le miroir.

La distance de l'objet au miroir est celle du miroir à l'image sont égales.

En général les images ne sont pas superposables : par exemple, l'image d'une main droite est une main gauche.

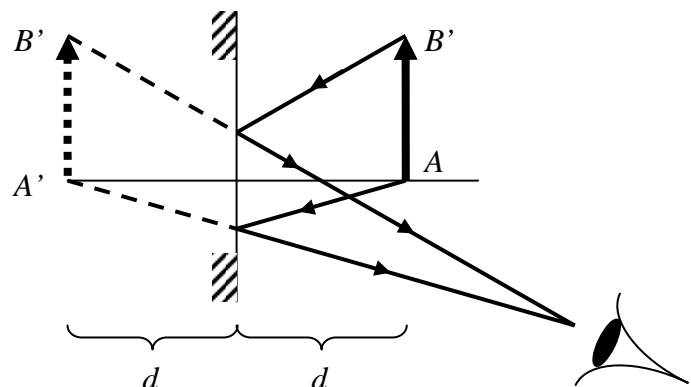


Fig. 5.3

Champ d'un miroir

C'est la portion d'espace qu'un observateur peut observer en regardant dans le miroir.

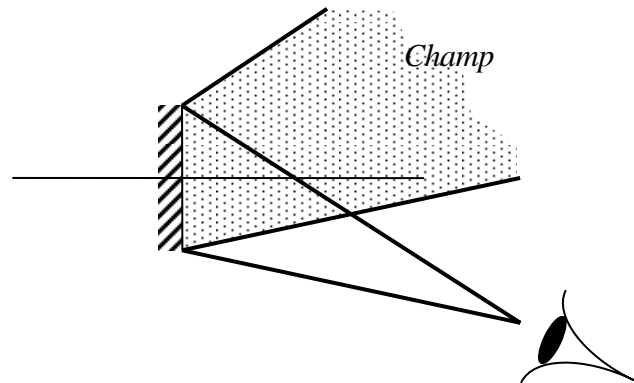


Fig. 5.4

Types de miroirs plans

Plaque de verre polie	Plaque de métal polie	Verre métallisé (face arrière)	Verre métallisé (face avant)
Facile à usiner			Facile à usiner
Résistant aux agents chimiques		Résistant aux agents chimiques	Surface délicate
Double image	Réflexion parfaite	Double image	Réflexion parfaite
Perte de lumière dans le verre		Perte de lumière dans le verre	
Sans emploi particulier	Eclairage	Glaces, miroirs	Miroirs optiques

La métallisation d'un miroir usuel se fait par un dépôt chimique d'un métal. Pour les miroirs de télescopes, elle se fait par évaporation sous vide d'un métal (argent, aluminium, titane,...). L'épaisseur de la couche est de l'ordre du micromètre.

5.2 MIROIRS SPHÉRIQUES

Un miroir sphérique est une portion de sphère, en général une calotte, réfléchissante. On distingue les **miroirs concaves** qui ont tendance à faire converger des rayons parallèles et les **miroirs convexes** qui les font diverger.

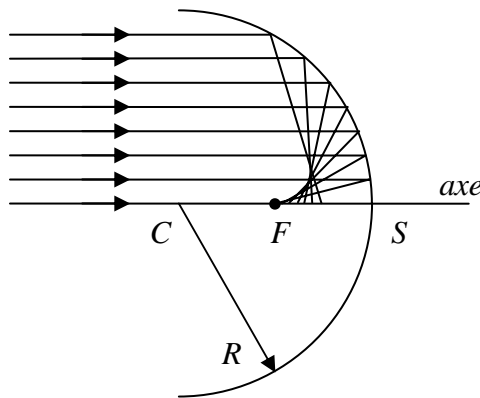


Fig. 5.5a - Concave

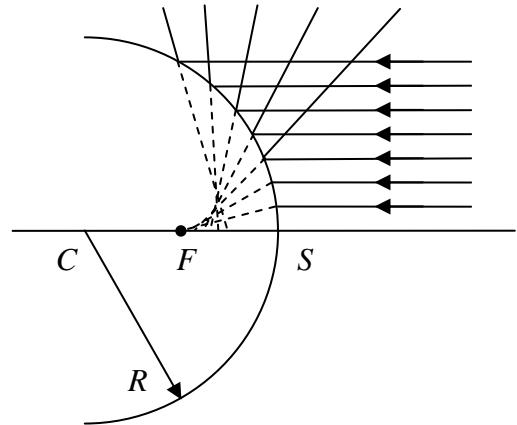


Fig. 5.5b - Convexe

Les rayons d'un faisceau étendu ne convergent pas tous en un même point. En revanche les rayons proches de l'axe convergent, avec une bonne approximation en un point F , appelé **foyer**, et **situé sur l'axe à mi-distance entre le miroir et le centre de courbure**.

Selon la loi de la réflexion on a :

$$\text{angle } (DPC) = i = \text{angle } (CPF) = r$$

$$\text{Donc : angle } (EPF) = 2i$$

$$\tan i = \frac{DC}{DP} = \frac{y}{DP} \quad \tan 2i = \frac{EF}{EP} = \frac{y}{EP}$$

Pour des petits angles :

$$i \approx \frac{y}{R} \quad 2i \approx \frac{y}{FS}$$

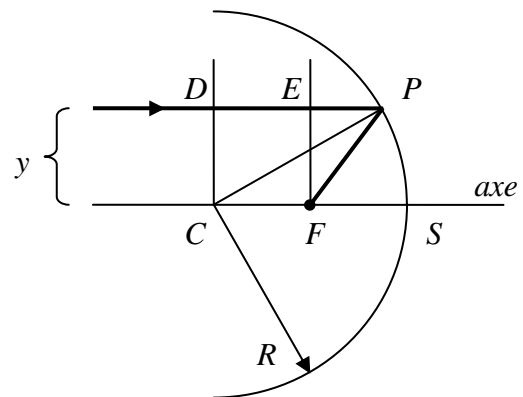


Fig. 5.6

Donc $FS \approx R/2$

La distance FS est appelée **distance focale** du miroir.

Pour des miroirs dont l'ouverture est petite par rapport à leur rayon de courbure, les rayons incidents « proches » de l'axe convergent au foyer. Ceci est connu sous le nom d'**approximation de Gauss** et simplifie grandement le calcul de la position des images.

5.2.1 Image d'un objet par un miroir concave

Soit un miroir situé en S . Désignons par C son centre courbure et par F son foyer.
Soit un objet AB situé entre C et l'infini. La droite AS coïncide avec l'axe du miroir.

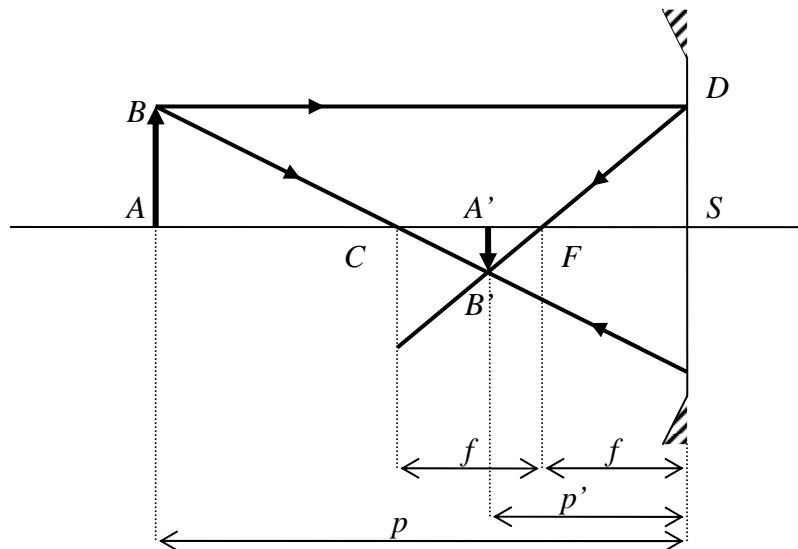


Fig. 5.7

Pour trouver l'image de AB , procéder comme suit :

- Un rayon issu de B et passant par le centre C donne un rayon réfléchi passant aussi par le centre ;
- Un rayon issu de B parallèle à l'axe donne un rayon réfléchi passant par le foyer ;
- Ces deux rayons réfléchis se coupent en un point B' . $A'B'$ est l'image de AB .

Soit p la distance de l'objet au miroir, p' la distance du miroir à l'image et f la distance focale.

Les triangles ABC et $A'B'C$ sont semblables $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{A'B'}{A'C}$ ou $\frac{AB}{p-2f} = \frac{A'B'}{2f-p'}$

Les triangles SDF et $A'B'F$ sont semblables $\Rightarrow \frac{DS}{FS} = \frac{A'B'}{A'F}$ ou $\frac{AB}{f} = \frac{A'B'}{p'-f}$

Donc :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{2f-p'}{p-2f} = \frac{p'-f}{f} \quad (5.1)$$

$$(2f-p')f = (p-2f)(p'-f)$$

$$2f^2 - p'f = pp' - pf - 2fp' + 2f^2$$

Après simplification :

$$p'f + pf = pp' \quad (5.2)$$

« Formule des miroirs sphériques »

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}} \quad (5.3)$$

Ainsi, lorsque l'objet est situé entre C et l'infini, l'image se trouve entre C et F . Réciproquement, par le principe du retour inverse, lorsque l'objet est situé entre C et F , l'image se trouve entre C et l'infini.

Voyons maintenant le cas où l'objet est situé entre F et le miroir.

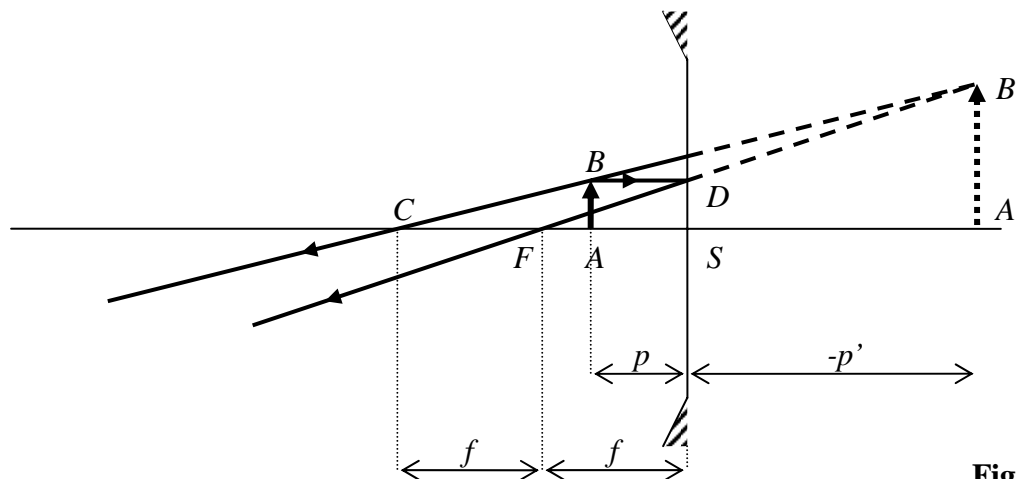


Fig. 5.8

Les calculs sont identiques au cas précédent si l'on prend soin de compter *négativement* la distance du miroir à l'image. Dans ce cas on dit que l'image est **virtuelle**.

Un objet situé entre F et le miroir donne une image virtuelle située derrière le miroir.

Une image réelle peut être visualisée sur un écran. Ce n'est pas le cas d'une image virtuelle ; en revanche on peut la voir en regardant dans le miroir.

5.2.1.1 Formule de Newton :

Soit z la distance de l'objet au foyer : $z = AF = p - f$

Soit z' la distance de l'image au foyer : $z' = A'F = p' - f$

Multiplions :

$$zz' = (p - f)(p' - f) = pp' - pf - p'f + f^2$$

Compte tenu de la relation (5.2) il vient :

Formule de Newton
(pour les miroirs)

$$zz' = f^2$$

(5.4)

Attention à l'usage du symbole « prime » (') en optique. z' n'est pas la dérivée de z dans la formule (5.4). Dans la suite, le contexte précisera si le prime est utilisé pour signifier la dérivation.

5.2.1.2 Grandissement

Déf. On appelle grandissement le rapport entre la taille de l'image et la taille de l'objet. Ce rapport est négatif si l'image est renversée.

L'équation (5.1) nous donne :

$$M = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{p'-f}{f} = 1 - \frac{p'}{f} \quad (5.5)$$

Tenant compte de la formule des miroirs (5.3), il vient :

$$M = 1 - \frac{p'}{f} = 1 - p' \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \right) = -\frac{p'}{p}$$

Grandissement

$$M = -\frac{p'}{p}$$

(5.6)

Lorsque l'objet est placé entre le foyer et le miroir concave, le grandissement est supérieur à un, compte tenu du fait que p' est négatif dans ce cas. Exemple d'application : miroir de toilette.

Nous désignons le grandissement la lettre M , en anglais « magnification », pour la distinguer du grossissement, qui est le rapport de deux diamètres apparents (voir § 9.2).

5.2.2 Image d'un objet par un miroir convexe

Soit un miroir situé en S . Désignons par C son centre courbure et par F son foyer.
Soit un objet AB situé du côté réfléchissant du miroir. La droite AS coïncide avec l'axe du miroir.

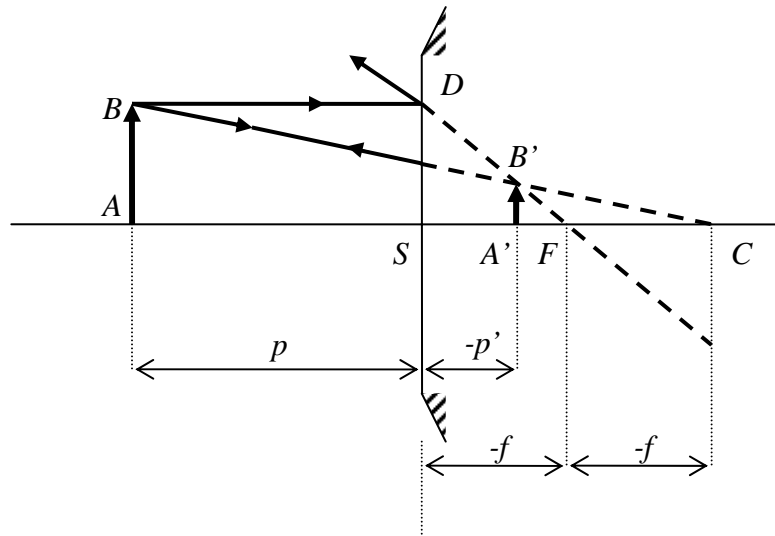


Fig. 5.9

Pour trouver l'image de AB , la procédure est analogue à celle décrite pour les miroirs concaves :

- Un rayon issu de B et se dirigeant vers le centre C donne un rayon réfléchi semblant provenir du centre ;
- Un rayon issu de B parallèle à l'axe donne un rayon réfléchi semblant provenir du foyer ;
- Les prolongements de ces deux rayons réfléchis se coupent en un point B' . $A'B'$ est l'image virtuelle de AB .

Le raisonnement et les calculs sont semblables à ceux du miroir concave. Si l'on compte *négativement* la distance focale et *négativement* la distance du miroir à l'image, on obtient la même formule (5.3).

« Formule des miroirs sphériques »

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}}$$

(5.3)

Avec : $p > 0$: objet réel ;
 $p' < 0$: image virtuelle ;
 $f < 0$: miroir convexe.

Dans ce cas, le grandissement $G = \frac{-p'}{p}$ est positif (image non renversée) mais inférieur à un.

Il y a donc rapetissement. On se voit plus petit dans un miroir convexe.

5.3 LES MIROIRS PARABOLIQUES

Nous avons vu au § 5.1 qu'un miroir sphérique ne focalise qu'approximativement un faisceau parallèle. L'approximation est d'autant plus mauvaise que l'ouverture du miroir est grande. Les miroirs paraboliques ne présentent pas cet inconvénient et sont pour cette raison abondamment utilisés en pratique (par ex. : réflecteur de projecteur ou de phare d'automobile, télescope). En revanche les miroirs paraboliques sont plus difficiles à usiner que les miroirs sphériques.

5.3.1 Rappels de quelques propriétés de la parabole

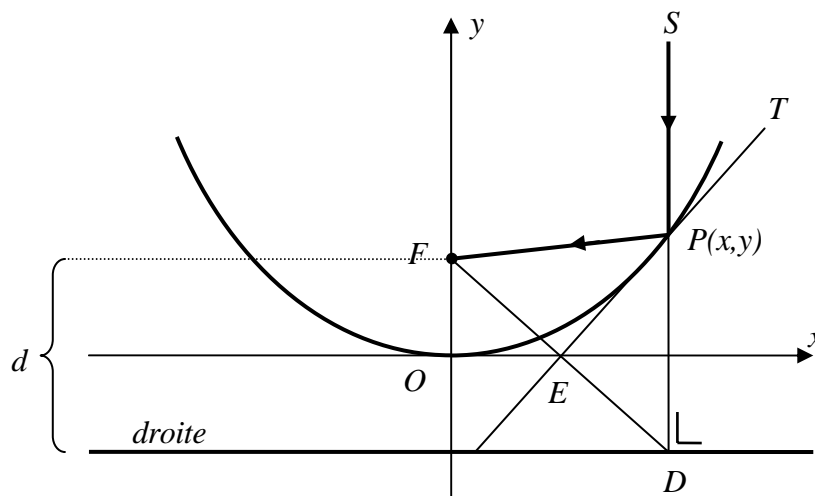


Fig. 5.10

Déf. La parabole est le lieu des points équidistants d'un point et d'une droite.

Soit une droite et un point F situé à une distance d de cette droite. Choisissons un repère Oxy de telle sorte que Ox soit parallèle à la droite et que les coordonnées du point F soient $(0, d/2)$.

Un point P appartient à la parabole si la distance FP est égale à la distance à la droite, c'est-à-dire à la longueur du segment PD . Mathématiquement :

$$FP = PD$$

$$\sqrt{x^2 + (y - d/2)^2} = y + d/2$$

Élevons au carré et simplifions :

$$x^2 + (y - d/2)^2 = (y + d/2)^2$$

$$x^2 + y^2 - yd + d^2/4 = y^2 + yd + d^2/4$$

$$x^2 = 2yd$$

Equation d'une parabole d'axe Oy

$$y = \frac{x^2}{2d}$$

(5.7)

Calculons la pente de la tangente à la parabole au point $P(x,y)$. Pour cela, il suffit de dériver l'équation (5.7), d'où $y' = \frac{x}{d}$.

La tangente en P est perpendiculaire au segment FD , car la pente de FD est égale à $-\frac{d}{x}$.

La tangente en P est donc la hauteur du triangle FPD abaissée depuis P . Comme ce triangle est isocèle ($FP = PD$), la hauteur PE est également la bissectrice de l'angle FPD . Donc l'angle FPE est égal à l'angle EPD , qui est aussi égal à l'angle SPT . Un rayon SP parallèle à Oy et incident en P sera donc renvoyé en F . Pour cette raison F est appelé le **foyer** de la parabole.

Lorsqu'on fait tourner la parabole autour de son axe Oy , on obtient une surface appelée parabolôïde de révolution. Un miroir ayant la forme d'une portion de cette surface a donc la propriété de réfléchir les rayons d'un faisceau parallèle à l'axe Oy vers son foyer.

De plus, tous les rayons du faisceau passant simultanément dans un plan perpendiculaire à l'axe du miroir parabolique arrivent après réflexion simultanément au foyer. Une onde plane parallèle à Oy est réfléchi sous la forme d'une onde sphérique vers le foyer.

5.3.2 Le télescope de Newton

La lumière d'un astre est réfléchi par un miroir parabolique qui en donne une image au foyer F . Un miroir plan placé à 45° produit une seconde image en F' , qui est examinée avec un oculaire (loupe).

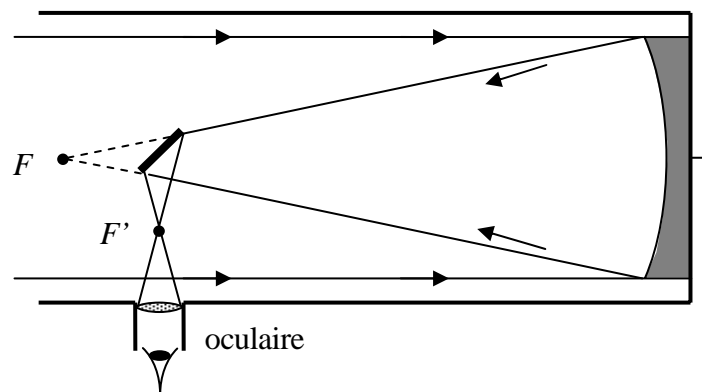


Fig. 5.11

6. LA RÉFRACTION

Déf. On appelle réfraction le brusque changement de direction que subissent les rayons lumineux lors de la traversée de la surface séparant deux milieux optiques différents.

Expérience :

Dirigeons un faisceau lumineux sur un récipient en verre rempli d'eau. Pour visualiser le faisceau, on peut, dans l'air, utiliser un peu de fumée, et colorer l'eau avec de la fluorescéine.

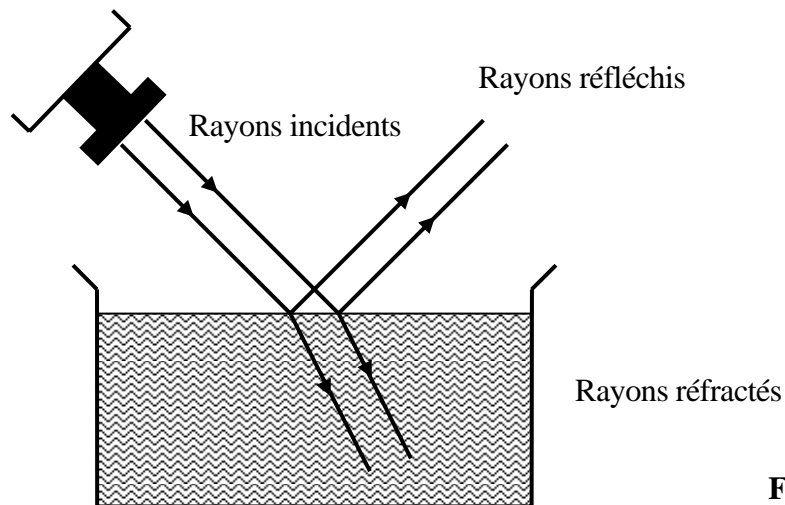


Fig. 6.1

6.1 LOIS DE LA RÉFRACTION

Les lois de la réfraction ont été formulées indépendamment par Snell et Descartes⁸.

Les rayons incident et réfracté sont dans un même plan.

Les angles formés par les rayons incident et réfracté par rapport à la normale satisfont à la relation

$$\sin i = n \sin r$$

où n est l'indice de réfraction.

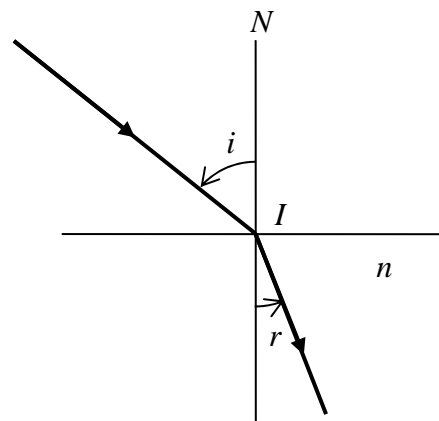


Fig. 6.2

Plus généralement si n_1 est l'indice de réfraction du milieu 1 et n_2 l'indice de réfraction du milieu 2, on a :

Equation de la réfraction
(Snell – Descartes)

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

(6.1)

⁸ Willebrod Snell van Royen (1580 - 1626) ; René Descartes (1596 - 1650), Discours de la méthode.

Sous sa forme actuelle, l'équation de la réfraction porte les noms de Snell et Descartes. Toutefois, il faut noter que le phénomène de la réfraction est connu depuis l'Antiquité. Tout le monde peut constater qu'un objet (bâton, crayon) plongé à moitié dans l'eau apparaît cassé.



Fig. 6.3

Un savant grec, Claude Ptolémée⁹ (~100 – 170) publia des tables de réfraction pour l'eau et le verre.

Angle d'incidence i [°]	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Angle de réfraction r [°]	0	8	15,5	22,5	29	35	40,5	45,5	50

Table de Ptolémée pour la réfraction air - eau

D'après des travaux d'historiens modernes¹⁰, la première mention faisant intervenir le rapport des sinus entre l'angle incident et l'angle réfracté, l'indice de réfraction, se trouve dans un traité sur les miroirs et les lentilles écrit vers 984 par Ibn Sahl¹¹, mathématicien et ingénieur arabe associé à la cour de Bagdad. Ses travaux furent repris par Ibn Al Haytham¹². Ses méthodes étaient nouvelles puisqu'il imagina des expériences pour confirmer ou infirmer les théories des anciens Grecs. Il étudia également l'anatomie de l'œil. Il écrivit plusieurs livres sur la lumière, les lentilles, la perspective, l'astronomie qui furent ultérieurement traduits en latin (Kittab al manadir, *Opticae Thesaurus*) et qui inspirèrent les savants occidentaux comme Roger Bacon et René Descartes.

⁹ Dans son grand traité, l'almageste, Ptolémée rassemble les connaissances mathématiques, géographiques et astronomiques de son temps. Son ingénieux système cosmologique géocentrique, qui fit autorité durant 14 siècles, était capable de rendre compte des mouvements des 7 planètes connues à son époque.

¹⁰ R. Rashed, *Géométrie et dioptrique au X^e siècle* : Ibn Sahl, Al Quhi et Ibn Al Haytham. Paris, Les Belles Lettres, 1993.

¹¹ Abu Sa'd al Ala ibn Sahl (~940 – 1000).

¹² Abu Ali Hasan ibn al Haytham (Bassora, 965 – Le Caire, 1040), connu aussi en Occident sous le nom de Alhazen.

Nous allons démontrer ci-après que la loi de Snell-Descartes est en accord avec le principe de Fermat. L'indice de réfraction s'interprète alors comme le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide à celle dans le milieu.

Vitesse de la lumière dans un milieu d'indice n

$$v = c/n$$

(6.2)

Soit $A(x_1, y_1)$ le point de départ du rayon incident, $I(x_0, 0)$ le point d'incidence et $B(x_2, y_2)$ le point d'arrivée du rayon réfracté. Nous allons chercher x_0 tel que le temps de propagation soit minimum.

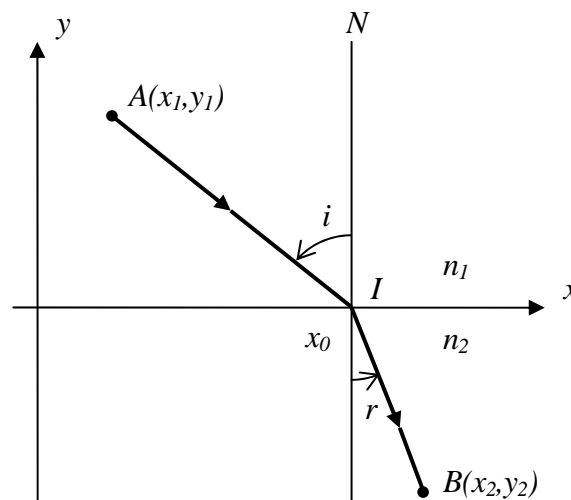


Fig. 6.4

Le temps de propagation de la lumière se A à B est égal à $t = \frac{AI}{v_1} + \frac{IB}{v_2}$.

$$t = \frac{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + y_1^2}}{c/n_1} + \frac{\sqrt{(x_2 - x_0)^2 + y_2^2}}{c/n_2}$$

Cherchons la valeur de x_0 qui minimalise le temps de propagation :

$$\frac{dt}{dx_0} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{n_1}{c} \frac{(x_0 - x_1)}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + y_1^2}} - \frac{n_2}{c} \frac{(x_2 - x_0)}{\sqrt{(x_2 - x_0)^2 + y_2^2}} = 0$$

Ce qui, après multiplication par c et tenant compte de la définition du sinus, redonne bien l'équation de Snell-Descartes.

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

Déf. On appelle dioptre un ensemble de deux milieux optiques différents séparés par une surface.

6.2 ANGLE LIMITE ET RÉFLEXION TOTALE

Lorsque le rayon incident devient tangent à la surface de séparation ($i \rightarrow \pi/2$) l'angle d'émergence du rayon réfracté tend vers une limite qui vaut :

Angle limite

$$r_L = \arcsin(n_1 / n_2) \quad (6.3)$$

Exemple : interface air / eau

L'indice de réfraction de l'eau vaut environ 4/3.

$$\text{Angle limite : } r_L = \arcsin\left(\frac{1}{4/3}\right) = \arcsin\left(\frac{3}{4}\right) = 48,6^\circ$$

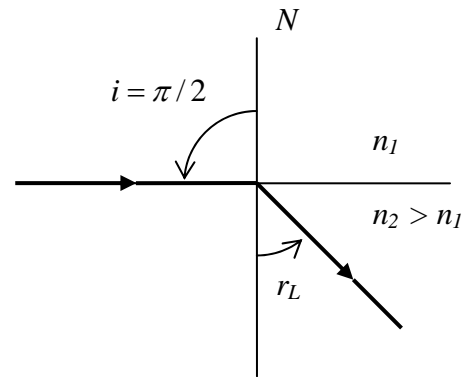


Fig. 6.5

Par le principe du retour inverse, un rayon ne pourra pénétrer dans un milieu d'indice plus faible si l'angle qu'il forme avec la normale est plus grand que l'angle limite.

Si $r > r_L$, il y a **réflexion totale**¹³.

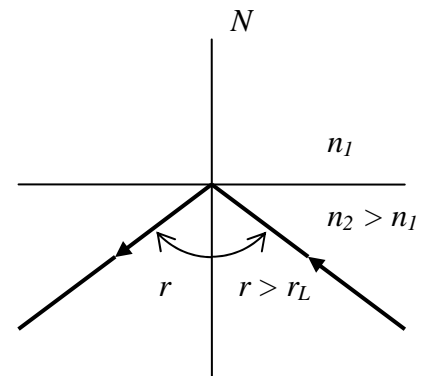


Fig. 6.6

La réflexion totale est utilisée dans de nombreuses applications ; citons par exemple :

➤ **Le prisme à réflexion totale**

Des paires de prismes de ce type sont utilisées dans les jumelles pour redresser l'image et diminuer la longueur de l'instrument.

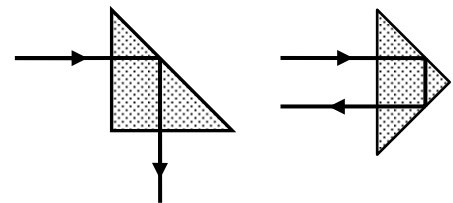


Fig. 6.7

➤ **Les fibres optiques**

Gaine : $\varnothing = 125 \mu\text{m}$

Cœur : $\varnothing \approx 10 \mu\text{m}$

L'indice varie de $n_2 \approx 1,45$ au centre à $n_1 \approx 1,31$ au bord.

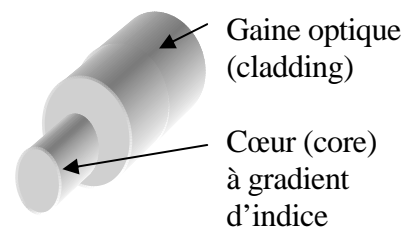


Fig. 6.8

¹³ La réflexion totale a été découverte en 1604 par l'astronome allemand Johannes Kepler (1571 – 1630).

6.3 LAME À FACES PARALLÈLES

Un rayon lumineux incident sur une lame à faces parallèles subit un déplacement latéral Δ que nous pouvons calculer en fonction de l'angle d'incidence, de l'épaisseur de la lame et de son indice de réfraction

Soit $a = II'$.

D'après le dessin ci-contre :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \frac{e}{a} = \cos r \\ \frac{\Delta}{a} = \sin(i - r) \end{cases}$$

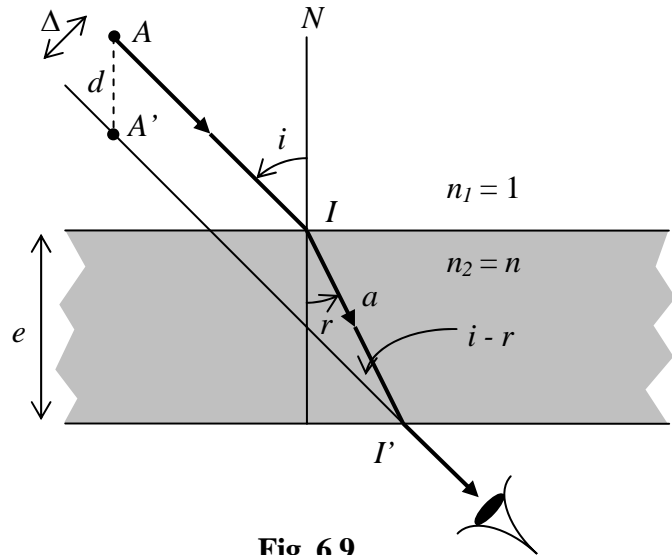


Fig. 6.9

Ce qui donne :

$$\Delta = a \sin(i - r) = e \frac{\sin(i - r)}{\cos r} = e \frac{\sin i \cos r - \cos i \sin r}{\cos r}$$

$$\Delta = e \left(\sin i - \cos i \frac{\sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 r}} \right) = e \left(\sin i - \cos i \frac{(\sin i)/n}{\sqrt{1 - ((\sin i)/n)^2}} \right)$$

D'où finalement, le déplacement latéral : $\Delta = e \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right)$

Approximation de Gauss :

Pour des rayons proches de la normale, $\sin i \rightarrow i$, $\sin^2 i \rightarrow 0$ et $\cos i = \sqrt{1 - \sin^2 i} \rightarrow 1$.

Déplacement latéral pour $i \rightarrow 0$ $\Delta \approx ei \left(1 - \frac{1}{n} \right)$ (6.4)

L'image d'un point A est un point A' . La distance $d = AA'$ vaut $d = \frac{\Delta}{\sin i} \approx e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$.

Déplacement apparent $d \approx e \left(1 - \frac{1}{n} \right)$ (6.5)

Ainsi, vu au travers d'une lame à face parallèle d'indice $n > 1$, un objet paraît plus proche qu'il n'est en réalité.

6.4 LE PRISME

En optique, un prisme est un milieu transparent limité par deux faces planes non parallèles. Ces deux faces forment un dièdre : l'angle α du dièdre est l'angle du prisme ; l'arête du dièdre est l'arête du prisme.

Expérience fondamentale (Newton, 1666)

Le prisme permet de mettre en évidence la dispersion de la lumière blanche, ou en d'autres termes, le fait que l'indice de réfraction dépend de la couleur (longueur d'onde).

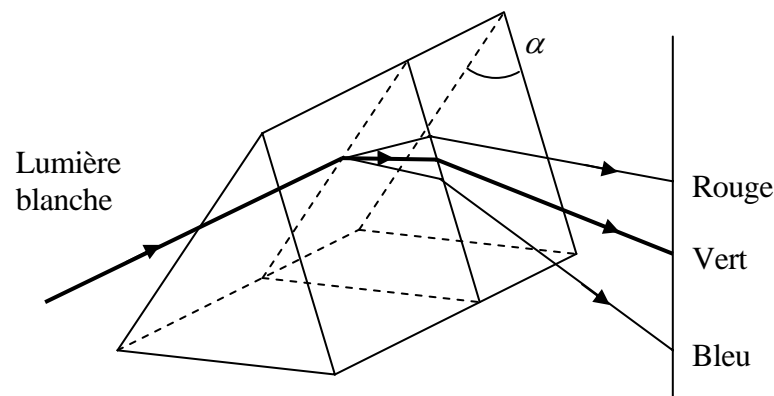


Fig. 6.10

Étudions maintenant la marche d'un rayon monochromatique contenu dans un plan perpendiculaire à l'arête du prisme (dans un plan principal). Soit I le point d'incidence et I' le point d'émergence. N et N' sont les normales en ces points.

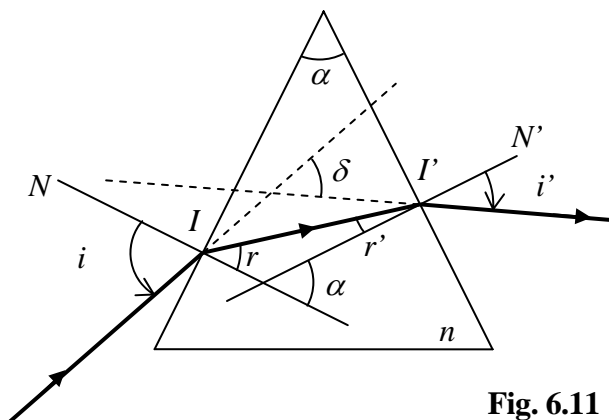


Fig. 6.11

Equations du prisme :

$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \\ \alpha = r + r' \\ \delta = i + i' - \alpha \end{cases} \quad (6.6)$$

δ est l'angle de déviation.

Convention pour le signe de i : i est compté positif dans le cas de la figure ci-dessus et négatif si le rayon incident est entre la normale et l'arête du prisme. Idem pour i' . i est toujours du même signe que r , de même que i' et r' . Dans tous les cas, le rayon émergent est rabattu vers la base du prisme.

Si l'on varie expérimentalement l'angle d'incidence, on constate que l'angle de déviation passe par un minimum, qui est atteint lorsque la marche du rayon est symétrique par rapport au plan de symétrie du prisme, autrement dit lorsque $i = i'$ et $r = r'$.

Pour établir théoriquement l'existence de ce minimum, partons des équations du prisme (6.6). Différentions les trois premières et dérivons la dernière par rapport à i .

$$\begin{cases} \cos i \, di = n \cos r \, dr \\ \cos i' \, di' = n \cos r' \, dr' \\ dr + dr' = 0 \\ \frac{d\delta}{di} = 1 + \frac{di'}{di} \end{cases}$$

Donc :

$$\frac{d\delta}{di} = 1 - \frac{\cos r' \cos i}{\cos r \cos i'}$$

Cette expression s'annule si :

$$\frac{\cos i}{\cos r} = \frac{\cos i'}{\cos r'} \quad \text{ou bien} \quad \frac{\cos^2 i}{\cos^2 r} = \frac{\cos^2 i'}{\cos^2 r'} \quad \text{ou bien} \quad \frac{1 - n^2 \sin^2 r}{\cos^2 r} = \frac{1 - n^2 \sin^2 r'}{\cos^2 r'}$$

Il en résulte que $r = r' = \alpha / 2$. (La solution $r = -r'$ est exclue car elle impliquerait $\alpha = 0$.)

$i = i_0$ correspond au cas où le rayon émergent est tangent à la face du prisme ($i' = \pi/2$).

Dans ce cas : $\delta = \delta_0 = i_0 + \pi/2 - \alpha$

Par le principe du retour inverse, lorsque $i = \pi/2$, alors $i' = i_0$ et $\delta = \delta_0$.

Au minimum de déviation, on a :
 $\delta_m = 2i_m - \alpha$.

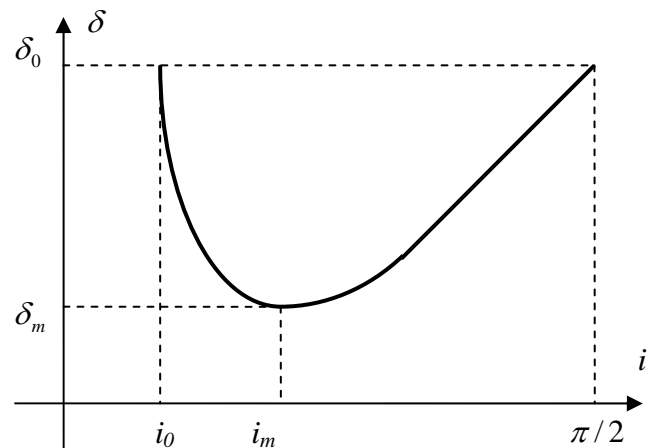


Fig. 6.12

Exprimons l'indice de réfraction en fonction de l'angle minimum de déviation δ_m :

$$n = \frac{\sin i_m}{\sin r_m} = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_m}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (6.7)$$

Calculons encore la pente de $\delta(i)$ en $i = i_0$ et $i = \pi/2$.

En $i = i_0$, $i' = \pi/2$ $\frac{d\delta}{di} = 1 - \frac{\cos r' \cos i_0}{\cos r \cos(\pi/2)} = -\infty$ (car $\cos(\pi/2) = 0$).

En $i = \pi/2$ $\frac{d\delta}{di} = 1 - \frac{\cos r' \cos(\pi/2)}{\cos r \cos i_0} = 1$

L'expression (6.7) est importante car elle fournit une méthode expérimentale pour mesurer les indices de réfraction de manière précise.

La figure ci-contre schématise un **goniomètre**, appareil qui permet de mesurer les angles avec précision.

Une source placée derrière une fente au foyer d'une lentille produit un faisceau parallèle qui tombe sur un prisme d'axe vertical. Le viseur et l'oculaire permettent d'observer le faisceau émergent. En faisant tourner le goniomètre, on constate que la déviation passe par un minimum, que l'on peut mesurer à l'aide de graduations.

Des lampes de couleurs différentes permettent de mesurer l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde.

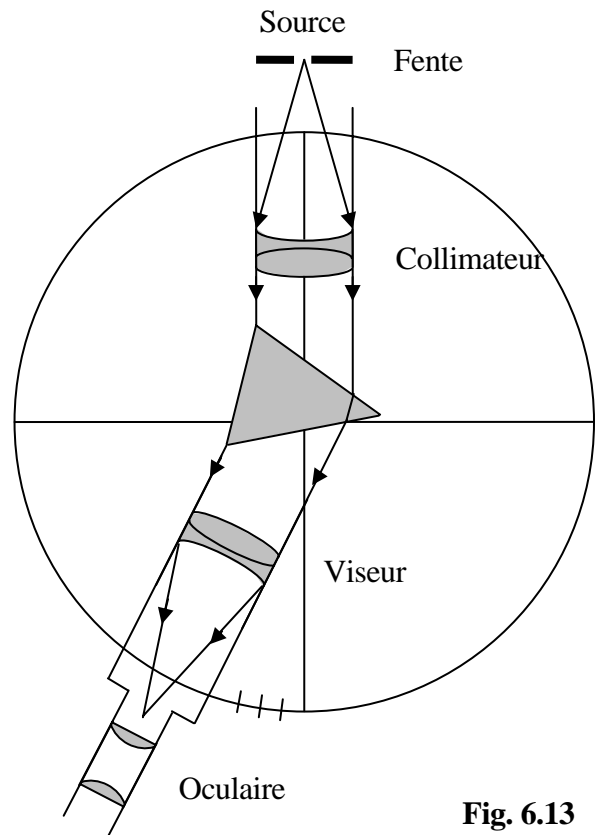


Fig. 6.13

6.4.1 Indice de réfraction de quelques substances

Comme l'indice varie avec la longueur d'onde, les valeurs ci-dessous sont données pour $\lambda_D = 589,3 \text{ nm}$ (raie¹⁴ jaune d'une lampe au sodium).

Substance	Indice		Substance	Indice
Verre	1,46 à 1,96		Polystyrène	1,59
Crown	1,52			
Flint léger	1,57		Eau	1,334
Flint lourd	1,60		Ethanol	1,363
Cristal	1,67			
Diamant	2,417		Air	1,000293

Il existe des tables donnant les indices de réfractons correspondant aux longueurs d'onde de référence (tables CRM, CRC Handbook of Chemistry and Physics).

¹⁴ Le terme de raie spectrale provient de l'utilisation d'une fente. L'image observée a effectivement la forme d'une raie.

Pour les verres, il existe plusieurs formules empiriques permettant de calculer l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde. Par exemple :

Formule de Cauchy

$$n = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}$$

Formule de Schott
(1950)

$$n^2 = a_0 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda^{-2} + a_3\lambda^{-4} + a_4\lambda^{-6} + a_5\lambda^{-8}$$

Formule de Sellmeier

$$n^2 - 1 = \frac{B_1\lambda^2}{\lambda^2 - C_1} + \frac{B_2\lambda^2}{\lambda^2 - C_2} + \frac{B_3\lambda^2}{\lambda^2 - C_3}$$

Les fabricants de verres optiques donnent en général les valeurs des coefficients, ainsi que le domaine de validité des formules, et d'autres caractéristiques, telles que facteurs de transmission.

Pour calculer le **pouvoir dispersif** d'une substance, $dn/d\lambda$, on peut naturellement dériver les formules empiriques, si on les connaît. Dans la pratique, on introduit aussi le nombre d'Abbe¹⁵, défini comme suit :

Nombre d'Abbe

$$A = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C}$$

(6.8)

Où les indices de réfraction sont mesurés aux longueurs d'ondes suivantes :

$\lambda_C = 656,3$ nm Raie H_α de l'hydrogène (rouge)

$\lambda_F = 486,1$ nm Raie H_β de l'hydrogène (bleu)

$\lambda_d = 587,6$ nm Raie de l'hélium (jaune)¹⁶

Le nombre d'Abbe peut être mesuré expérimentalement. Plus il est grand, plus le pouvoir dispersif est petit. Selon de type de verre A varie de 35 à 65 environ.

Historiquement, les raies spectrales ont été découvertes par Fraunhofer (1787 - 1826) dans le spectre solaire. Il s'agissait de raies noires, interprétées plus tard comme provenant de l'absorption de la lumière par les atomes de gaz tels que l'hydrogène, l'hélium ou l'oxygène de l'atmosphère. Les lignes de l'hydrogène sont particulièrement nettes ; avec d'autres, elles servent de références.

¹⁵ Ernst Abbe (Eisenach, 1840 – Jena, 1905). Fondateur avec Carl Zeiss et Otto Schott de l'optique moderne.

¹⁶ L'ancienne définition se base sur la raie jaune du sodium ($\lambda_D = 589,3$ nm), qui est en fait un doublet.

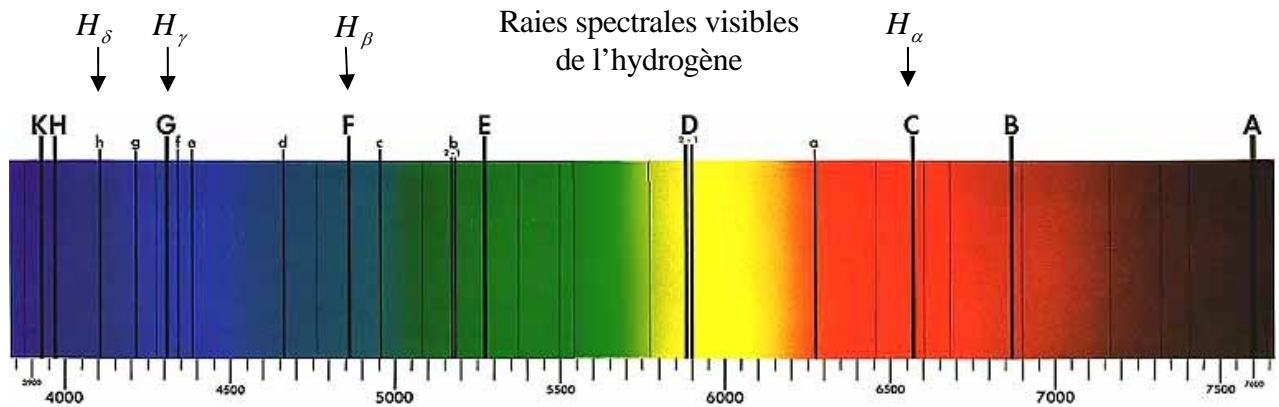


Fig. 6.14 - Raies d'absorption de Fraunhofer
(Échelle en ångströms, 1 Å = 0,1 nm)

Les longueurs d'ondes des raies visibles sont listées dans la table ci-contre.

Elles peuvent se calculer par la formule de Balmer, qui fait intervenir une constante, $R_H = 0,01096776 \text{ nm}^{-1}$ et un nombre entier, n , prenant les valeurs 3, 4, 5, 6 pour les 4 raies visibles.

Raie	λ [nm]	n
H_α	656,28	3
H_β	486,13	4
H_γ	434,05	5
H_δ	410,1	6

Formule de Balmer

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

(6.9)

L'énergie des photons émis correspond à la différence d'énergie entre deux orbites permises.

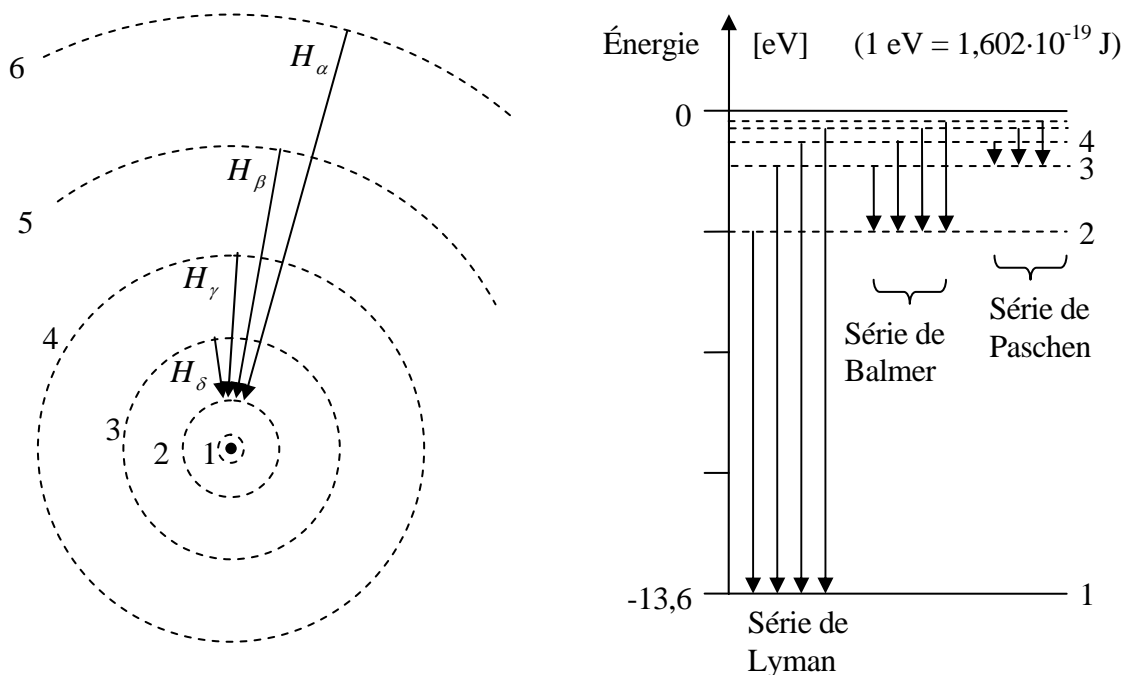


Fig. 6.15 - Orbites électroniques de l'atome d'hydrogène (modèle planétaire) et niveaux d'énergie.
(Séries : Balmer, 1885, visible; Lyman, 1906, dans l'UV; Paschen, 1908, dans l'IR.)

7. LES LENTILLES

Une lentille sphérique est un milieu transparent, en général du verre, limité par deux calottes sphériques, ou une calotte et un plan. On appelle **axe principal** la droite joignant le centre des deux faces sphériques. R_1 et R_2 sont les rayons de courbure.

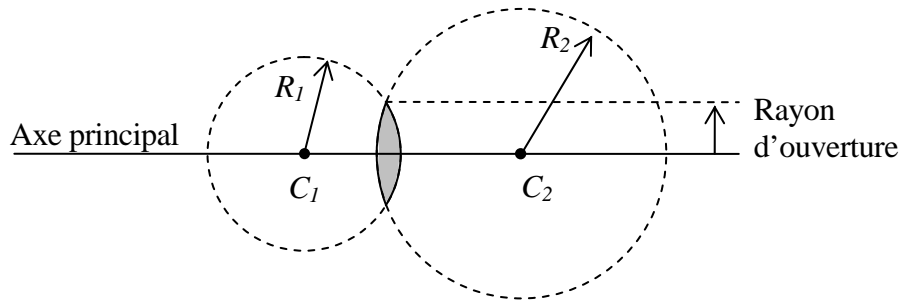
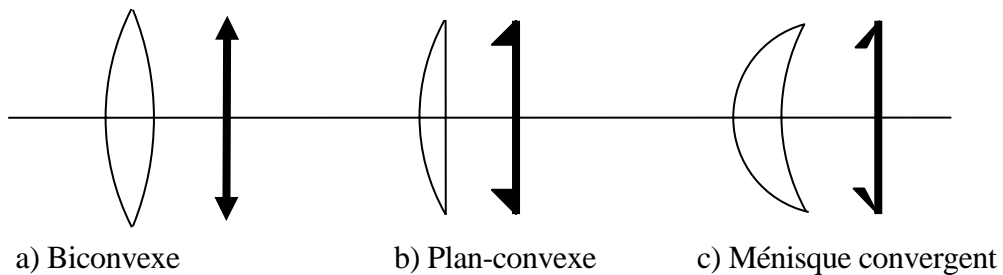


Fig. 7.1 – Géométrie d'une lentille sphérique

Le **rayon d'ouverture** de la lentille est le rayon du cercle du bord de la lentille.

On distingue plusieurs types de lentilles :

Lentilles convergentes à bords minces



Lentilles divergentes à bords épais

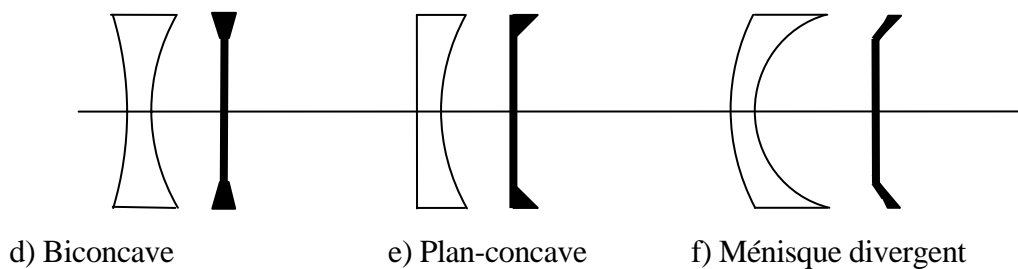


Fig. 7.2 – Types de lentilles

Le calcul de la marche de rayons à travers les lentilles est assez compliqué dans le cas général. Comme pour les miroirs, il se simplifie grandement si l'on fait l'approximation de Gauss, c'est-à-dire que l'on fait l'hypothèse que les rayons sont peu inclinés et s'écartent peu de l'axe principal.

7.1 LENTILLE MINCE PLAN-CONVEXE

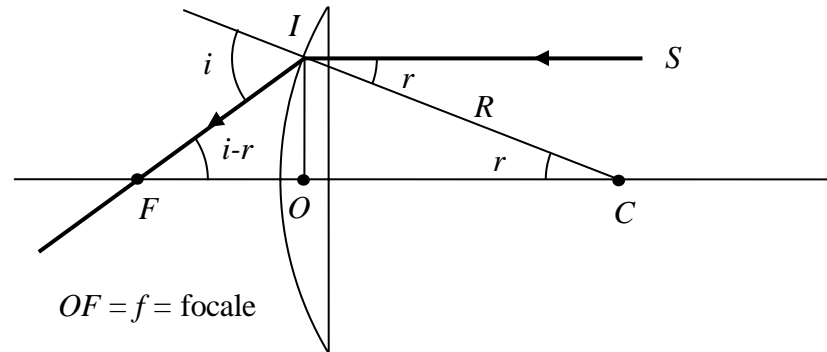


Fig. 7.3 – Lentille plan-convexe

Considérons un rayon parallèle à l'axe principal et incident sur la face plane. Ce rayon arrive sur le dioptré sphérique avec un angle r et émerge avec un angle i . Soit R le rayon de courbure de la face sphérique et n l'indice de réfraction de la lentille. L'angle ICO est égal à r ; l'angle IFO à $(i-r)$. En appliquant l'équation de Snell-Descartes, il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin i = n \sin r \\ \frac{OI}{OF} = \tan(i-r) \\ \frac{OI}{CI} = \sin r \end{array} \right. \quad \text{approximation de Gauss} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} i = nr \\ \frac{OI}{OF} = i-r \\ \frac{OI}{R} = r \end{array} \right.$$

En éliminant OI et en remplaçant OF par f , on a finalement :

Focale d'une lentille mince
plan-convexe

$$\boxed{f = \frac{R}{n-1}} \quad [\text{m}] \quad (7.1)$$

La focale f étant indépendante de OI , la distance du rayon lumineux à l'axe, tous les rayons parallèles à l'axe convergent au **foyer** F . L'inverse de la focale f est appelé **vergence**.

Vergence d'une lentille mince
plan-convexe

$$\boxed{V = \frac{1}{f} = \frac{n-1}{R}} \quad [\text{m}^{-1}] \text{ ou } [\text{dioptrie}] \quad (7.2)$$

L'approximation de la lentille mince intervient dans la définition du point O , que l'on prend identique quelle que soit la distance du rayon lumineux à l'axe, ce qui est justifié dans le cadre de l'approximation de Gauss. Le point O s'appelle le **centre optique** de la lentille. **Tout rayon passant par le centre optique ne subit aucune déviation.** En effet, près de l'axe, les faces de la lentille sont quasi-parallèles.

Par le principe du retour inverse, **tout rayon passant par le foyer F émerge de la lentille avec une direction parallèle à l'axe.**

En nous basant sur ce que nous venons de voir, nous pouvons trouver l'image d'un objet selon une procédure tout à fait similaire à celle décrite dans le cas du miroir sphérique.

Soit une lentille situé en O . Désignons par F_o le foyer du côté objet.

Soit un objet AB situé entre F_o et l'infini. La droite AF_o coïncide avec l'axe principal.

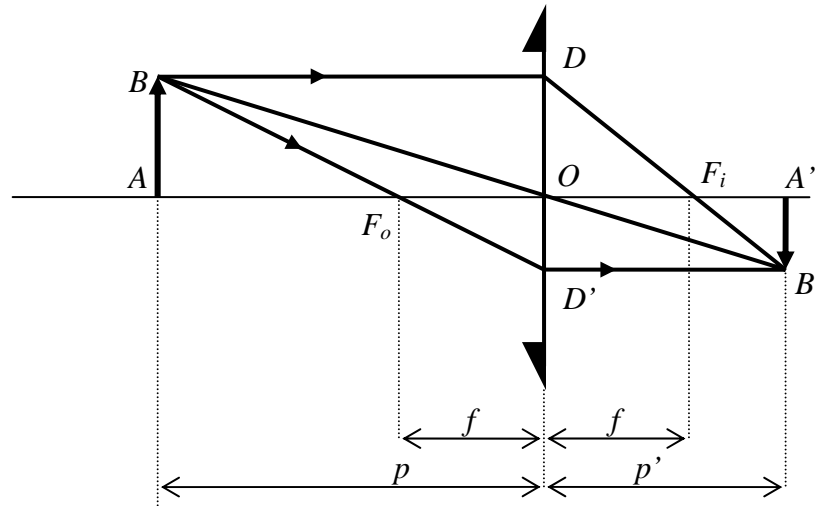


Fig. 7.4 – Rayons principaux (objet entre l'infini et le foyer)

Pour trouver l'image de AB , procéder comme suit :

- Un rayon issu de B et passant par le centre optique O n'est pas dévié;
- Un rayon issu de B passant par F_o émerge avec une direction parallèle à l'axe;
- Ces deux rayons se coupent en un point B' . $A'B'$ est l'image de AB .

Soit p la distance de l'objet à la lentille, p' la distance de la lentille à l'image et f la distance OF_o .

Les triangles ABO et $A'B'O$ sont semblables $\Rightarrow \frac{AB}{AO} = \frac{A'B'}{A'O}$ ou $\frac{AB}{p} = \frac{A'B'}{p'}$

Les triangles ABF_o et $OD'F_o$ sont semblables $\Rightarrow \frac{AB}{AF_o} = \frac{OD'}{OF_o} = \frac{A'B'}{OF_o}$ ou $\frac{AB}{p-f} = \frac{A'B'}{f}$

Il en résulte que :

$$\boxed{\frac{A'B'}{AB} = \frac{p'}{p} = \frac{f}{p-f}} \quad (7.3)$$

D'où: $pf = p'(p-f) \Rightarrow pf + p'f = p'p$

Et finalement, après division par $p'pf$:

« **Formule des lentilles minces** » $\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}}$ (7.4)

C'est la même formule que dans le cas des miroirs sphériques. Comme nous l'avons établie dans le cas d'une lentille mince plan-convexe, il reste néanmoins à montrer trois choses :

- 1) que la distance de la lentille au foyer image est aussi égale à f ;
- 2) que la formule (7.4) est aussi valable lorsque l'objet est situé entre le foyer et la lentille ; on obtient dans ce cas une image virtuelle ;
- 3) que la formule (7.4) est aussi valable pour les autres types de lentilles minces.

Commençons par montrer que la distance de la lentille au foyer image est aussi égale à f . Toujours dans l'approximation de Gauss, un rayon issu de B et parallèle à l'axe sera dévié par la lentille en D et aboutira en B' . Soit F_i l'intersection de DB avec l'axe. Par définition F_i est le foyer image, puisque les rayons parallèles à l'axe y convergent.

Les triangles $A'B'F_i$ et ODF_i sont semblables $\Rightarrow \frac{A'B'}{A'F_i} = \frac{OD}{OF_i} = \frac{AB}{OF_i}$ ou $\frac{A'B'}{p'-OF_i} = \frac{AB}{OF_i}$

Donc : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{p'-OF_i}{OF_i}$. En utilisant (7.3), il résulte que $\frac{p'-OF_i}{OF_i} = \frac{p'}{p}$.

Ce qui conduit à : $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{OF_i}$ et, en identifiant avec (7.4), à $OF_i = f$.

Voyons maintenant le cas où l'objet est situé entre F_o et la lentille.

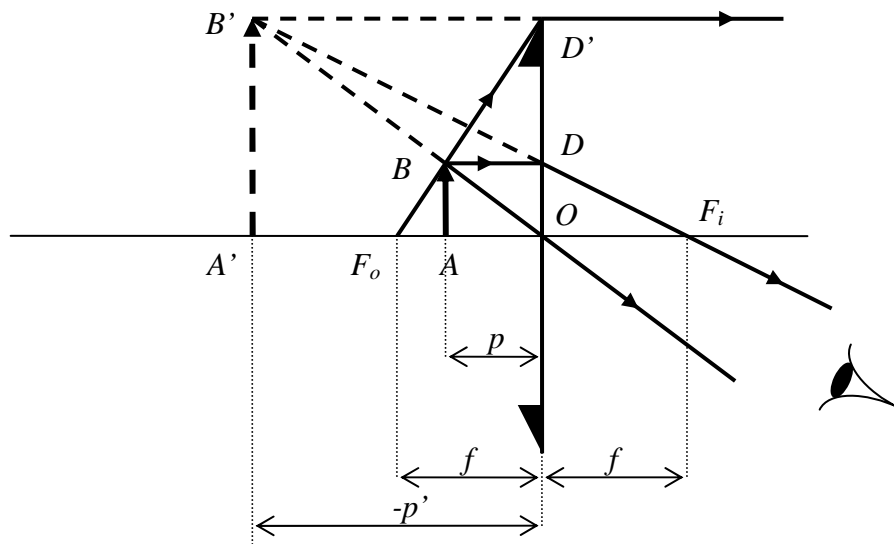


Fig. 7.5 – Rayons principaux (objet entre le foyer et la lentille)

Les calculs sont analogues au cas précédent si l'on prend soin de compter *négativement* la distance de la lentille à l'image. Dans ce cas, l'image est **virtuelle**.

Une image réelle peut être visualisée sur un écran. Ce n'est pas le cas d'une image virtuelle ; en revanche on peut la voir en regardant à travers la lentille.

7.2 LENTILLE MINCE BICONVEXE

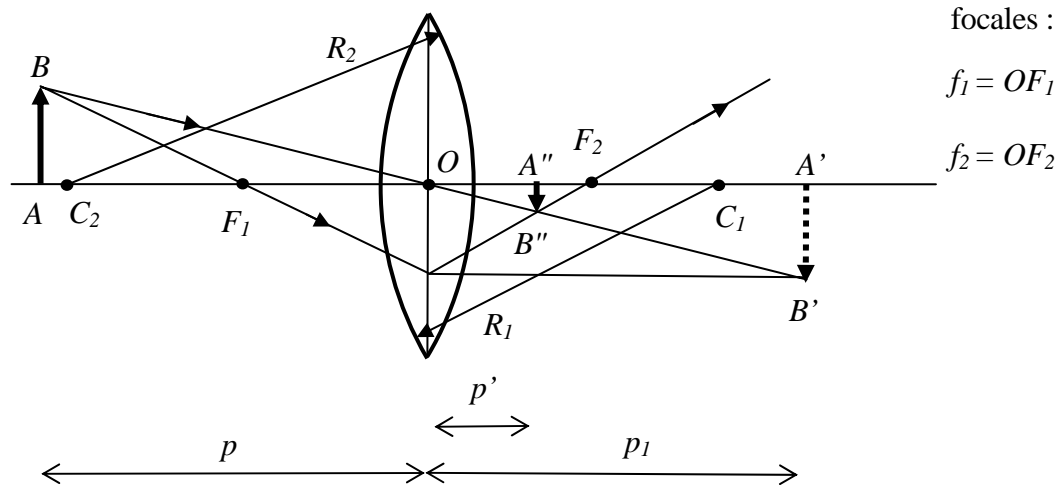


Fig. 7.6 – Une lentille mince biconvexe peut être assimilée à 2 lentilles plan-convexes accolées l’une à l’autre.

Soit R_1 et R_2 les rayons de courbure des faces sphériques. Pour trouver l’image d’un objet, il faut procéder en deux étapes : d’abord l’image de l’objet par la première lentille, ensuite, l’image de cette image par la seconde. En utilisant deux fois la formule des lentilles minces (7.4):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1} \qquad \frac{1}{-p_1} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2}$$

Il faut prendre garde de mettre un signe moins devant p_1 , car pour la deuxième lentille, il s’agit d’un « objet » virtuel. En éliminant p_1 il vient :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

Ainsi, on retrouve la formule des lentilles (7.4), à condition de définir la focale f de la lentille par :

$$\boxed{\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}} \quad [\text{m}^{-1}] \text{ ou } [\text{dioptrie}] \quad (7.5)$$

Les vergences s’ajoutent. En utilisant l’équation (7.2) pour chaque lentille, il vient :

$$\text{Vergence d'une lentille mince biconvexe} \quad \boxed{V = \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \quad [\text{m}^{-1}] \text{ ou } [\text{dioptrie}] \quad (7.6)$$

Cette formule est connue sous le nom de **formule des opticiens**.

7.3 AUTRES TYPES DE LENTILLES

La formule des lentilles minces (7.4) est valable dans tous les cas, à conditions de respecter les règles suivantes :

- La focale f est positive pour une lentille convergente, négative pour une lentille divergente.
- p est positif si l'objet est réel, négatif s'il est virtuel.
- p' est positif si l'image est réelle, négatif si elle est virtuelle.

La formule (7.6) exprimant la vergence est valable dans tous les cas, à conditions de respecter les règles suivantes :

- R_1 et R_2 , les rayons de courbure des faces sphériques, sont comptés positivement pour des faces convexes, négativement pour des faces concaves.

Dans le cas de dioptries sphériques délimitant des milieux optiques d'indices quelconques, la distinction concave – convexe peut s'avérer ambiguë. La formule (7.6) est alors remplacée par la **formule plus générale** :

Vergence d'une lentille mince

$$V = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad [\text{m}^{-1}] \text{ ou } [\text{dioptrie}] \quad (7.6')$$

Le faisceau lumineux traverse d'abord le dioptré 1 et ensuite le dioptré 2. Les rayons de courbure des faces sphériques sont comptés positivement si le centre de courbure est du côté émergent du faisceau, et négativement dans le cas contraire.

Fig. 7.7a - Lentille biconvexe

$$r_1 = +R_1 \text{ et } r_2 = -R_2$$

on retrouve bien la formule (7.6).

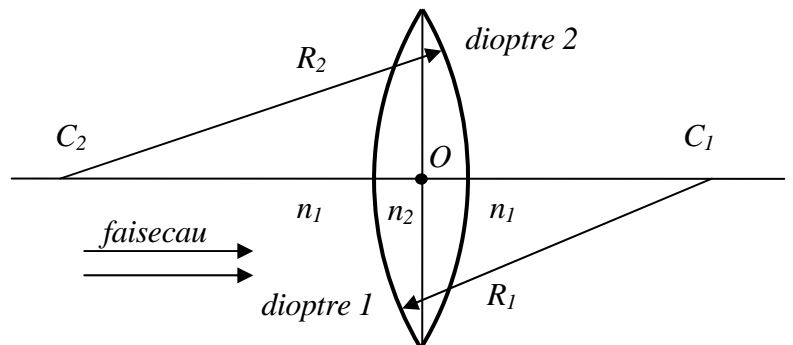
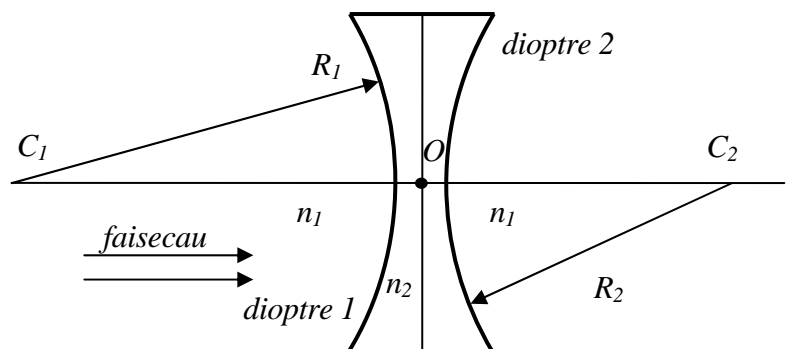


Fig. 7.7b - Lentille biconcave

$$r_1 = -R_1 \text{ et } r_2 = +R_2$$



7.4 LENTILLE DIVERGENTE

Les figures ci-dessous illustrent la marche des rayons principaux.

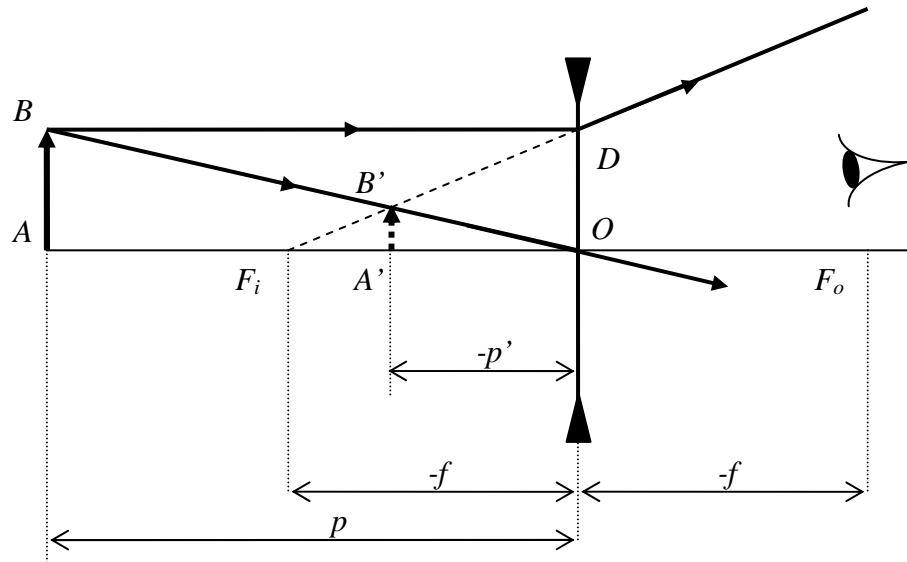


Fig. 7.8 – Lentille divergente : objet entre l'infini et la lentille : $\infty > p > 0$
L'image est virtuelle, droite, située entre le foyer image et la lentille $f < p' < 0$

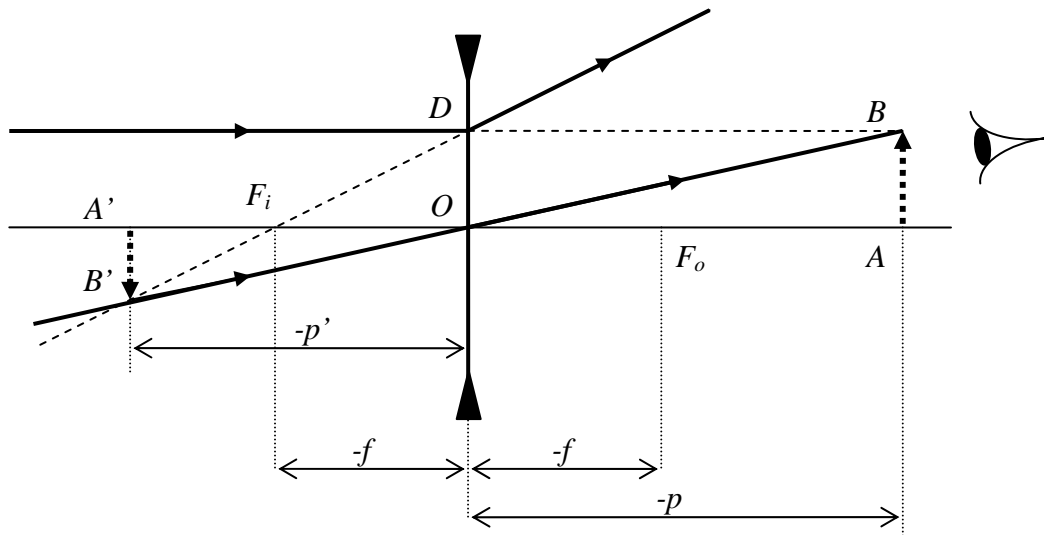


Fig. 7.9 – Lentille divergente : objet virtuel est situé entre le foyer objet et l'infini : $f > p > -\infty$
L'image est virtuelle, renversée, située entre l'infini et le foyer image $-\infty < p' < f$

7.5 GRANDISSEMENT

Déf. On appelle grandissement le rapport entre la taille de l'image et la taille de l'objet. Ce rapport est négatif si l'image est renversée.

L'équation (7.3) nous donne :

$$M = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{p'}{p} \quad (7.7)$$

Nous désignons le grandissement la lettre M , en anglais « magnification », pour la distinguer du grossissement, qui est le rapport de deux diamètres apparents (voir § 9.2).

7.6 FORMULE DE NEWTON :

Repérons la position de l'objet par rapport au foyer objet et celle de l'image par rapport au foyer image. Convenons de compter ces distances en prenant pour sens positif celui du rayon lumineux.

Soit z la distance de l'objet au foyer objet : $z = AF_o = p - f$

Soit z' la distance de l'image au foyer image : $z' = -A'F_i = -p' + f$

Multiplions :

$$zz' = (p - f)(-p' + f) = -pp' + pf + p'f - f^2$$

Compte tenu de la relation (7.4) il vient :

Formule de Newton
(pour les lentilles)

$$zz' = -f^2$$

(7.8)

7.7 ABERRATIONS DES LENTILLES :

Dans la pratique, les lentilles ne sont pas parfaites. Examinons quelques défauts (aberrations).

7.7.1 Aberration chromatique

L'indice de réfraction du verre étant dépendant de la longueur d'onde de la lumière, il s'ensuit que la distance focale dépend elle aussi de la longueur d'onde. En général l'indice décroît avec la longueur d'onde, donc la focale d'une lentille convergente est légèrement plus longue pour le rouge que pour le bleu. Pour une lentille divergente, c'est le contraire.

Aberration chromatique

$$A_c = f_C - f_F$$

(7.9)

Dans la pratique, on peut corriger en grand partie ce défaut en accolant deux lentilles faites avec des verres différents : c'est ce qu'on appelle un **doublet achromatique**.

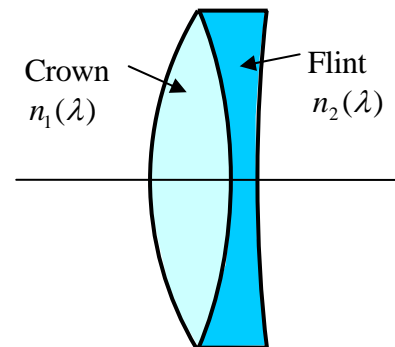


Fig. 7.10 - Doublet achromatique

7.7.2 Aberration de sphéricité

L'approximation de Gauss est valable pour des rayons proches de l'axe optique et quasi-parallèles à celui-ci. En général, les rayons convergent vers un point qui dépend de leur distance à l'axe.

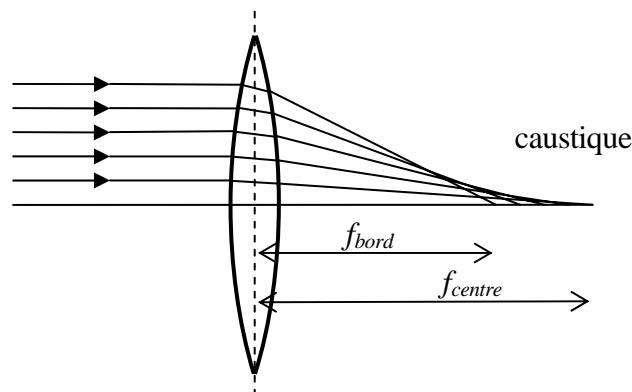


Fig. 7.11 – Les rayons passant près des bords convergent plus près de la lentille

Aberration de sphéricité

$$A_s = f_{\text{centre}} - f_{\text{bord}}$$

(7.10)

7.7.3 Astigmatisme

Avec une lentille parfaite, l'image d'un point est un point : cette propriété s'appelle le stigmatisme. En général, l'image a plutôt la forme d'une petite tache. Tous les rayons issus d'un même point ne convergent pas en un point. Ce défaut se nomme astigmatisme.

7.8 RÉSUMÉ

7.8.1 Lentille convergente

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \text{ avec } f > 0 \quad \text{Grandissement } M = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{p'}{p}$$

	Objet	Image
1	Réel à l'infini, $p = \infty$ de diamètre apparent α	Réelle, renversée dans le plan focal image, $p' = f$ Grandeur $ A'B' = \alpha f$
2	Réel $\infty > p > 2f$	Réelle, renversée, $f < p' < 2f$ plus petite que l'objet (fig. 7.4)
3	Réel $p = 2f$	Réelle, renversée, $p' = 2f$ même grandeur que l'objet
4	Réel $2f > p > f$	Réelle, renversée, $2f < p' < \infty$ plus grande que l'objet
5	Réel, dans le plan focal objet, $p = f$	Réelle à l'infini de diamètre apparent $\alpha = \frac{AB}{f}$
6	Réel $f > p > 0$	Virtuelle, droite $-\infty < p' < 0$ plus grande que l'objet (fig. 7.5)
7	Virtuel $0 > p$	Réelle, droite $0 < p' < f$ plus petite que l'objet
8	Virtuel à l'infini, $p = -\infty$ de diamètre apparent α	Réelle, droite dans le plan focal image Grandeur $ A'B' = \alpha f$

7.8.2 Lentille divergente

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} \text{ avec } f < 0 \quad \text{Grandissement } M = -\frac{A'B'}{AB} = -\frac{p'}{p}$$

	Objet	Image
1	Réel à l'infini, $p = \infty$ de diamètre apparent α	Virtuelle, droite dans le plan focal image, $p' = f$ Grandeur $ A'B' = -\alpha f$
2	Réel $\infty > p > 0$	Virtuelle, droite, $f < p' < 0$ plus petite que l'objet (fig.7.8)
3	Virtuel $0 > p > f$	Réelle, droite, $0 < p' < \infty$ plus grande que l'objet
4	Virtuel, dans le plan focal objet, $p = f$	Réelle à l'infini de « diamètre apparent » $\alpha = \frac{AB}{-f}$
5	Virtuel $f > p > 2f$	Virtuelle, renversée $-\infty < p' < 2f$ plus grande que l'objet
6	Virtuel $p = 2f$	Virtuelle, renversée $p' = 2f$ même grandeur que l'objet
7	Virtuel $2f > p > -\infty$	Virtuelle, renversée $2f < p' < f$ plus petite que l'objet (fig. 7.9)
8	Virtuel à l'infini $p = -\infty$	Virtuelle, renversée dans le plan focal image, $p' = f$ Grandeur $ A'B' = -\alpha f$

8. L'OEIL

8.1 ANATOMIE DE L'OEIL

La majorité des instruments d'optique ayant pour but d'aller au-delà des possibilités de l'oeil humain, il est essentiel de comprendre son anatomie, ses caractéristiques et ses défauts. La fonction de l'oeil est de recevoir et de transformer les vibrations électromagnétiques de la lumière en influx nerveux qui sont transmis au cerveau. L'oeil fonctionne comme un appareil photographique. Le globe oculaire ressemble à une petite balle d'un diamètre de 2,5 cm, d'une masse d'environ 7 grammes et d'un volume de 6,5 cm³.

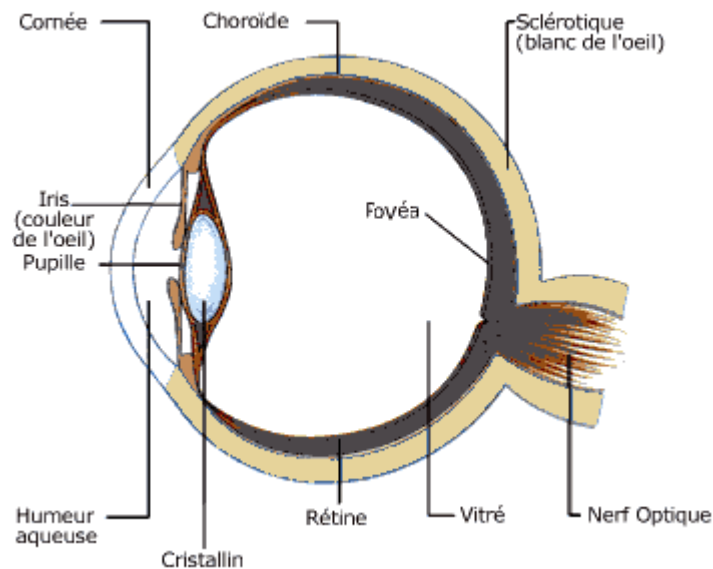


Fig. 8.1 - Anatomie de l'oeil (© ophthasurf.free.fr)

- La lumière pénètre dans l'oeil par l'**iris** (arc-en-ciel en grec). Il s'agit du diaphragme de l'oeil percé en son centre par la **pupille**. C'est un muscle qui fait varier l'ouverture de la pupille (entre 2,5 et 7 mm) afin de modifier la quantité de lumière qui pénètre dans l'oeil pour éviter l'aveuglement en plein soleil ou capter le peu de rayons la nuit. La couleur de l'iris est déterminée par la présence d'un pigment, la mélanine, le même composé chimique qui donne aussi leur couleur aux cheveux et à la peau. L'iris est bleu si la mélanine est peu concentrée, il est plus foncé quand la concentration augmente.
- La **cornée** est une membrane solide et transparente de 11 mm de diamètre qui protège la pupille. La cornée est privée de vaisseaux sanguins (sinon notre vision serait troublée), elle est donc nourrie par un fluide: l'humeur aqueuse. La cornée contient 78% d'eau et pour maintenir cette humidité, sa surface est constamment recouverte de larmes alimentées en continu par les glandes lacrymales et réparties par le battement des paupières. La cornée est la principale lentille de l'oeil, elle assure environ 80% de la réfraction.
- Le **cristallin** : C'est une lentille biconvexe molle et composée de fines couches superposées. Il se déforme sous l'action du muscle ciliaire.
- L'**humeur vitrée** : Elle occupe 80% du volume de l'oeil, elle est constituée d'une gelée qui donne à l'oeil sa consistance.

- La **rétilne** : c'est la couche sensible à la lumière grâce aux photorécepteurs qui sont de deux types : les bâtonnets et les cônes.
- Les **bâtonnets** : de forme allongée, ils doivent leur nom à leur forme. Ils sont environ 130 millions. Ils sont absents de la fovéa et se logent à la périphérie. Ils ont une très grande sensibilité à la lumière, d'où leur capacité à percevoir de très faibles lueurs la nuit. Ainsi ils ont une très faible perception des détails et des couleurs car plusieurs dizaines de bâtonnets ne sont liés qu'à une seule fibre du nerf optique. Ils contiennent une substance chimique appelée rhodopsine ou pourpre rétinien. Quand la lumière frappe une molécule de rhodopsine, celle-ci génère un faible courant électrique. Les signaux ainsi recueillis forment un message qui est transmis aux cellules nerveuses de la rétilne.
- Les **cônes** : d'un diamètre moyen de 4 μm , ils sont environ 5 à 7 millions à se loger dans la fovéa. Leur sensibilité à la lumière est très faible mais leur perception des détails est très grande pour deux raisons : il y a une densité très élevée de cônes dans la fovéa et surtout chaque cône de la fovéa transmet son information à plusieurs fibres du nerf optique. Adaptés à la vision de jour, ils ont une très bonne sensibilité aux couleurs. Ils sont de trois types selon le pigment qu'ils contiennent et ont donc une sensibilité à des ondes lumineuses de longueurs différentes : cônes contenant de l'erythropsine (sensibles au rouge), de la chloropsine (vert), de la cyanopsine (bleu).
- La couche externe, la **sclérotique**, est une enveloppe de protection. Elle recouvre environ les cinq sixièmes de la surface de l'oeil. Elle donne à l'oeil sa couleur blanche et sa rigidité.
- La **choroïde** : c'est une couche vasculaire de couleur noire qui tapisse les trois cinquièmes postérieurs du globe oculaire. Elle absorbe les rayons lumineux inutiles pour la vision, elle est très riche en vaisseaux sanguins afin de nourrir les photorécepteurs de la rétilne.

Tous les milieux transparents de l'œil forment une succession de dioptries, donnant sur la rétilne une image réelle et inversée des objets. On peut simplifier ce système optique définissant ce qu'on appelle l'**œil réduit**, composé d'une seule lentille mince située à 17 mm de la rétilne et à 5 mm de la cornée¹⁷. L'image d'un objet situé à une distance p de l'œil se forme à une distance constante $p' = 17$ mm. La distance focale de la lentille varie, c'est ce qu'on appelle, l'**accommodation**.

Lorsque les muscles sont relâchés, l'oeil voit net à une distance maximum Δ , appelée *punctum remotum* (PR) lorsque les muscles sont contractés, l'œil voit à une distance minimum δ , appelée *punctum proximum* (PP).

La différence $\Delta - \delta$ est le **parcours de vision nette**.

Amplitude dioptrique d'accommodation :
$$\boxed{\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\Delta}} \quad [\text{m}^{-1}] \text{ ou } [\text{dioptrie}] \quad (8.1)$$

Un oeil normal voit nettement de 25 cm à l'infini, ce qui correspond à une amplitude de 4 dioptries. Chez les enfants le PP est situé à une distance plus proche, de l'ordre de 10 cm.

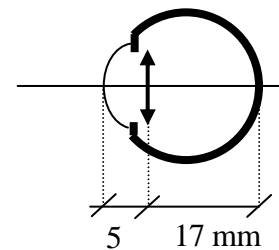


Fig. 8.2 - Œil réduit

¹⁷ Dans ce modèle, toute la convergence est assurée par cette lentille placée dans un milieu d'indice 1. Le facteur de réduction entre l'œil normal et l'œil réduit est donné par l'indice de réfraction de l'humeur vitrée (~1,34).

8.2 CARACTÉRISTIQUES DE L'ŒIL

Acuité visuelle

Pour que l'œil distingue séparément deux points distincts, il faut que leurs images se forment sur deux cellules différentes. Le pouvoir séparateur de l'œil est défini comme le plus petit diamètre apparent de deux points que l'on voit distinctement.

Pouvoir séparateur de l'œil : 3/10 000 radians (dans de bonnes conditions)

Le pouvoir séparateur dépend de l'éclairage et de la fatigue.

Au foyer, 3/10 000 radians correspondent à $3/10\,000 (17\text{ mm}) = 5,1\ \mu\text{m}$, soit une valeur proche de la dimension des cônes. (Leurs tailles varient entre 1,5 et 5 μm .)

Champ de vision nette

La fovéa, tapissée de cônes sensibles aux couleurs, a un diamètre de 3 mm. L'angle l'ouverture vaut donc $3/17 \approx 1,76 \cdot 10^{-1}$ radians, soit 10° environ.

Grâce à la mobilité du globe oculaire, le champ de vision directe (sans tourner la tête) est de $\pm 35^\circ$.

Sensibilité lumineuse spectrale

En moyenne entre 400 et 750 nm

Maximum de sensibilité lumineuse spectrale

Vision diurne : autour de $\lambda = 550\text{ nm}$

Vision nocturne : autour de $\lambda = 505\text{ nm}$

Vision stéréoscopique

Grâce à la vision binoculaire (avec les deux yeux), nous sommes capables de "voir en relief" et d'estimer la distance des objets.

La persistance rétinienne

On constate qu'une image persiste environ un dixième de seconde après que l'on ferme les yeux. La persistance dépend de la luminosité. Cette caractéristique est exploitée par le cinéma et la télévision pour donner la sensation du mouvement.

Indices de réfraction (approx.)

Cornée :	1,377
Humeur acqueuse	1,337
Cristallin	1,413
Humeur vitrée	1,337

8.3 DÉFAUTS DE L'ŒIL

8.3.1 La myopie

L'œil myope est trop convergent. Au repos, il ne voit pas nettement les objets situés à l'infini. La distance focale étant trop courte, les images d'objets éloignés se forment en avant de la rétine. En revanche, il peut, en général, voir des objets plus rapprochés que 25 cm.

Œil myope : $\delta \ll 25 \text{ cm}$ $\Delta < \infty$

Pour corriger l'œil myope, il faut diminuer sa convergence, donc utiliser un verre divergent.

Exemple :

Un myope ne voit plus nettement au-delà de 50 cm. Quelle est la vergence du verre correcteur pour qu'il voie net à l'infini ?

Oeil myope, avec objet à 50 cm : $\frac{1}{0,5} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_{\text{oeil}}^{PR}}$ (formule des lentilles)

Œil myope corrigé avec objet à l'infini : $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_{\text{oeil}}^{PR}} + \frac{1}{f_{\text{corr}}}$ (addition des vergences)

Il en résulte : $V_{\text{corr}} = \frac{1}{f_{\text{corr}}} = -\frac{1}{0,5} = -2$ dioptries.

8.3.2 L'hypermétropie

C'est le défaut contraire de la myopie : l'œil n'accommode pas suffisamment pour voir nettement de près. La distance focale est trop longue, les images d'objets proches se forment en arrière de la rétine. En théorie, un hypermétrope pourrait voir nette une image virtuelle derrière sa tête.

Œil hypermétrope : $\delta \gg 25 \text{ cm}$ ($\Delta < 0$)

Pour corriger l'œil hypermétrope, il faut augmenter sa convergence, donc utiliser un verre convergent.

Exemple :

Un hypermétrope commence à voir nettement de près à partir de 80 cm. Quelle est la vergence du verre correcteur pour qu'il voie nettement à 25 cm ?

Oeil hypermétrope, avec objet à 80 cm : $\frac{1}{0,8} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_{\text{oeil}}^{PP}}$

Œil hypermétrope corrigé avec objet à 25 cm : $\frac{1}{0,25} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_{\text{oeil}}^{PP}} + \frac{1}{f_{\text{corr}}}$

Il en résulte : $V_{\text{corr}} = \frac{1}{f_{\text{corr}}} = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,8} = 2,75$ dioptries.

8.3.3 La presbytie

La presbytie résulte d'une diminution inéluctable de la souplesse du cristallin avec l'âge et par conséquent d'une réduction du parcours d'accommodation. Pour corriger ce défaut, il faut des lunettes à double foyer, pour rapprocher le PR et éloigner le PP.

8.3.4 L'astigmatisme

Suite à un défaut de la cornée, la convergence de l'œil n'est pas la même dans toutes les directions. Un cercle parfait sera vu comme un ellipse. On corrige ce défaut au moyen de verres de forme torique ; les rayons de courbures selon deux plans orthogonaux ont des valeurs différentes.

Remarque :

De nos jours, la correction des défauts de l'œil se fait aussi par laser. Par photoablation d'une partie de la cornée, on modifie sa courbure, donc sa vergence.

8.3.5 Mise en évidence de la tache aveugle de l'œil

Il existe une zone insensible de l'œil, correspondant au départ du nerf optique¹⁸.

Se placer à environ 10 cm de la feuille. Avec l'œil gauche, fixer la croix et reculer lentement la tête. A un certain moment le point noir disparaît.

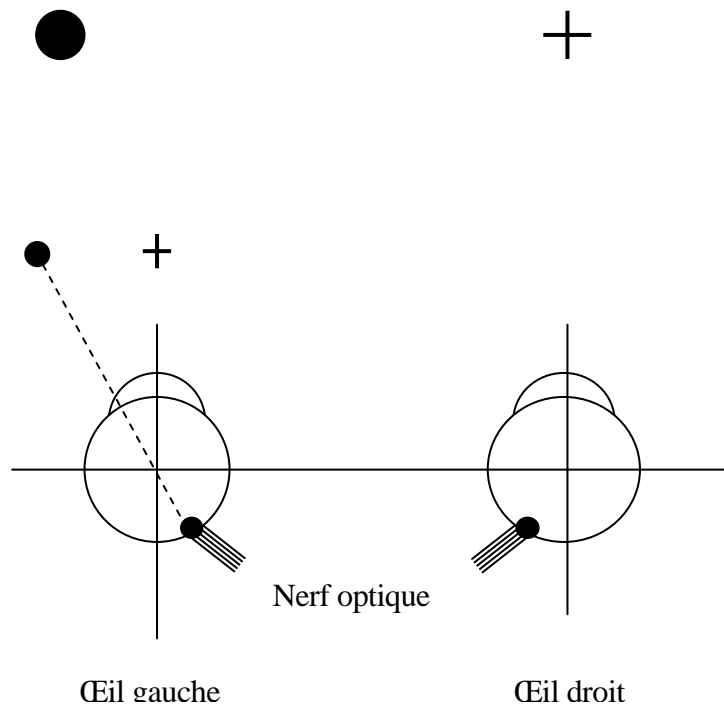


Fig. 8.3

¹⁸ Découverte en 1660 par Edme Mariotte (1620 – 1684).

9. QUELQUES INSTRUMENTS D'OPTIQUE

9.1 LA LOUPE

La loupe est le plus simple de tous les instruments d'optique. Elle permet de voir des détails dont le diamètre apparent est inférieur à $3 \cdot 10^{-4}$ radians, le pouvoir séparateur de l'œil normal. Le principe est le suivant : on place l'objet à étudier entre le foyer et la loupe, puis on regarde l'image virtuelle produite par la loupe.

Supposons l'œil placé au foyer image de la loupe. L'angle sous lequel l'œil voit l'image $A'B'$ est égal à $\alpha' \approx AB/f$ (approximation de Gauss).

Cet angle ne dépend pas de la position de AB . Si AB est au foyer objet, l'image est rejetée à l'infini, mais l'angle sous lequel l'œil la voit est toujours égal à α' .

Sans la loupe, l'angle le plus grand sous lequel l'œil peut voir l'objet AB est obtenu quand l'objet est situé au punctum proximum (δ).

Cet angle est égal à : $\alpha \approx AB/\delta$.

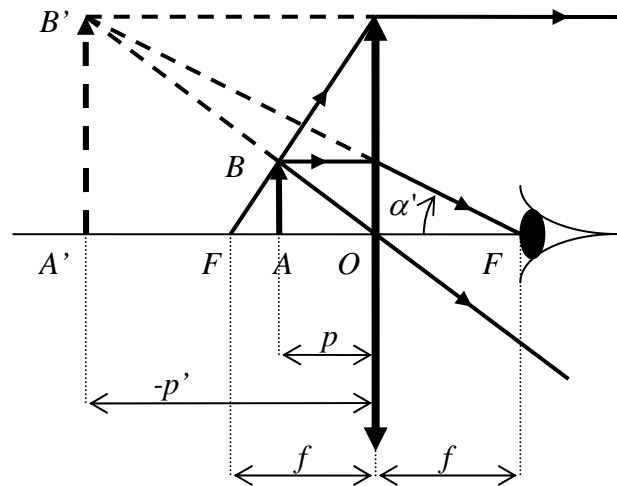


Fig 9.1

Déf. Le grossissement est le rapport des diamètres apparents avec et sans loupe.

Grossissement, image à l'infini
$$G_{\infty} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\delta}{f} \quad (9.1)$$

Le **grossissement commercial** correspond à $\delta = 0,25$ m : $G_{com} = \frac{0,25}{f}$.

Exemple : Loupe de 5 cm de focale (vergence¹⁹ de 20 dioptries)

- Grossissement commercial : $G_{com} = 0,25 / 0,05 = 5$
- Pour un personne voyant net à 10 cm, le grossissement est de $G_{\infty} = 10/5 = 2$

La meilleure façon d'utiliser la loupe consiste à mettre l'œil tout contre la loupe et à accommoder de près (au punctum proximum). On profite ainsi d'un plus grand champ de vision et le grossissement est supérieur d'une unité au grossissement G_{∞} et. En effet :

$$G_{max} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A'B'/(-p')}{AB/\delta} = -\frac{A'B'}{AB} \frac{\delta}{p'} = \frac{p'}{p} \frac{\delta}{p'} = \frac{\delta}{p} = \delta \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{\delta} \right) = \frac{\delta}{f} + 1 = G_{\infty} + 1$$

¹⁹ Dans le langage courant, on dit aussi « puissance de la loupe » au lieu de « vergence ». En anglais, on emploie le terme « power ».

9.2 LE MICROSCOPE

Tout comme la loupe, le microscope est destiné à l'observation d'objets très petits. Le principe est le suivant : au moyen d'un premier système de lentilles très convergent, l'**objectif**, on forme une image virtuelle, de plus grand diamètre apparent, qu'on examine ensuite avec un **oculaire**, qui joue le rôle de loupe.

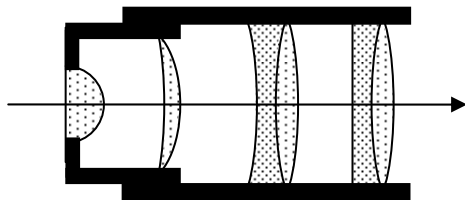


Fig. 9.2a - Objectif

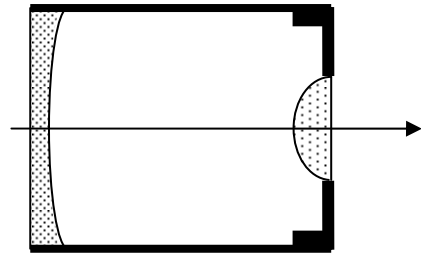


Fig. 9.2b - Oculaire

Pour étudier le principe du microscope, nous représenterons l'objectif par une seule lentille de très courte distance focale. De même pour l'oculaire.

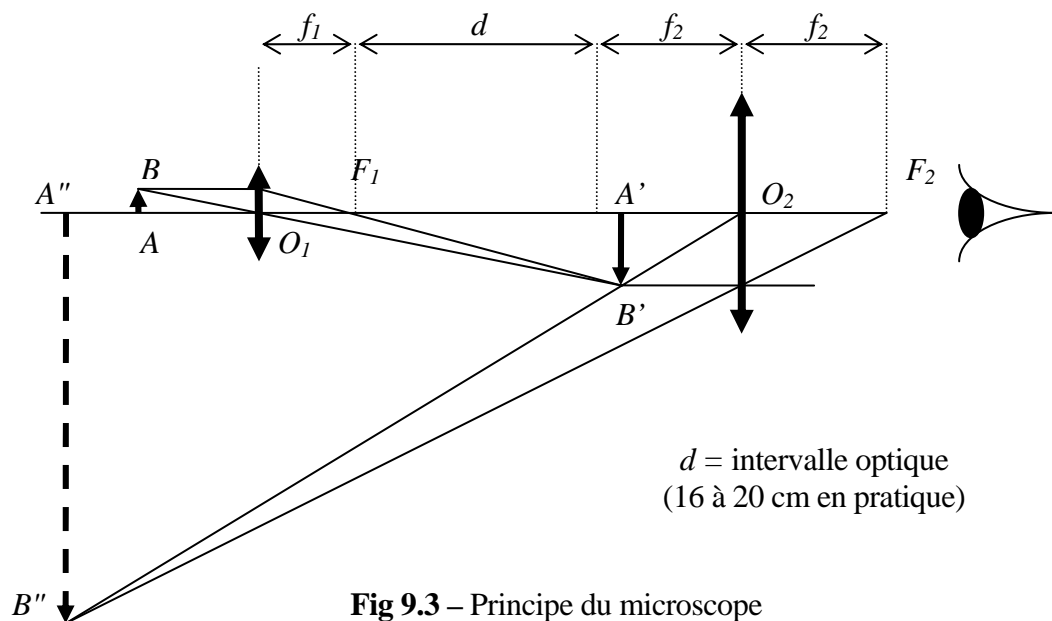


Fig 9.3 – Principe du microscope

Soit AB l'objet à observer. L'objectif O_1 forme une image réelle intermédiaire $A'B'$, γ fois plus grande, mais renversée. L'oculaire O_2 sert de loupe pour observer $A'B'$. Dans le cas où $A''B''$ est rejetée à l'infini, $A'B'$ est au foyer objet de l'oculaire. La puissance du microscope est donc γ fois la puissance de l'oculaire, qui est égale à $1/f_2$. Le grandissement γ est égal à d/f_1 .

Puissance du microscope²⁰

$$P = \gamma \frac{1}{f_2} = \frac{d}{f_1 f_2}$$

[dioptries]

(9.2)

²⁰ Attention : distances en m dans cette formule, de plus d n'est pas est la distance entre les lentilles, mais entre les foyers.

Exemple : Prenons $d = 18 \text{ cm}$, $f_1 = 5 \text{ mm}$, $f_2 = 2 \text{ cm}$.

$$P = \frac{d}{f_1 f_2} = \frac{0,18}{(0,005) \cdot (0,02)} = 1800 \text{ dioptries}$$

La **latitude de mise au point** est très petite.

Prenons le cas d'un œil standard, qui voit net de $\delta = 25 \text{ cm}$ à l'infini, placé contre l'oculaire.

Quand l'œil observe à $\delta = 25 \text{ cm}$, avec les valeurs numériques de l'exemple ci-dessus, l'image intermédiaire $A'B'$ est située à une distance p_2 telle que :

$$\frac{1}{p_2} - \frac{1}{\delta} = \frac{1}{f_2} \quad \text{soit } p_2 = \frac{\delta f_2}{\delta + f_2} = \frac{250 \cdot 20}{250 + 20} = \frac{500}{27} = 18,519 \text{ mm}$$

$$\text{L'image } A'B' \text{ est à une distance } p_1' = d + f_1 + f_2 - p_2 = 205 - \frac{500}{27} = \frac{5035}{27} \text{ mm}$$

L'objet AB est situé à une distance p_1 telle que :

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{f_1} \quad \text{soit } \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{5} - \frac{27}{5035} = \frac{980}{5035} \quad \text{d'où } p_1 = 5,1378 \text{ mm.}$$

Quand l'œil observe à l'infini, l'image intermédiaire $A'B'$ est située au foyer objet de l'oculaire, qui est à une distance $p_1' = d + f_1 = 185 \text{ mm}$ de l'oculaire. L'objet AB est situé à une distance p_1 telle que :

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{f_1} \quad \text{soit } \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p_1'} = \frac{1}{5} - \frac{1}{185} = \frac{36}{185} \quad \text{d'où } p_1 = 5,1389 \text{ mm.}$$

Soit une latitude de $5,1389 - 5,1378 \text{ mm} = 0,0011 \text{ mm} = 1,1 \mu\text{m}$.

Le grossissement se définit comme pour la loupe, sauf qu'on omet le signe moins dû au renversement de l'image.

Déf. Le grossissement est le rapport des diamètres apparents avec et sans microscope, dans les meilleures conditions.

$$G = \frac{\alpha''}{\alpha} = \frac{A'B'/f_2}{AB/\delta} = \gamma \frac{\delta}{f_2} = \frac{d}{f_1} \frac{\delta}{f_2} = P\delta$$

$$\boxed{G = P\delta}$$

(9.3)

Le **grossissement commercial** correspond à $\delta = 0,25 \text{ m}$.

Avec un pouvoir séparateur de $3/10\ 000$ de radian, la taille du plus petit objet que l'œil peut distinguer lorsqu'il est placé au punctum proximum (δ).

$$\text{Œil nu :} \quad \rho_0 = \frac{3}{10000} \delta$$

$$\text{Avec microscope :} \quad \rho = \frac{\rho_0}{G} = \frac{3}{10000} \delta \frac{1}{P\delta}$$

$$\text{Taille du plus petit objet visible au microscope :} \quad \boxed{\rho = \frac{3}{10000 \cdot P}} \text{ [m]} \quad (9.4)$$

Avec les valeurs de l'exemple précédent, $P = 1800$ et $\rho = 0,17 \mu\text{m}$.

Note : par suite de la nature ondulatoire de la lumière, on ne peut distinguer pas des objets plus petits que $0,2 \mu\text{m}$. Une puissance plus grande ne donnera pas plus de détails, mais juste une image plus grande.

Exemple de microscopes :



Fig. 9.4a - Nacet SA
(www.nacet.com)



Fig. 9.4b - Carl Zeiss AG
(www.zeiss.com)

9.3 LA LUNETTE ASTRONOMIQUE

9.3.1 Lunette de Kepler

La lunette astronomique est destinée à l'observation des astres. Le principe est le suivant : au moyen d'une première lentille, l'**objectif**, on forme une image réelle que l'on examine ensuite avec un **oculaire** qui joue le rôle de loupe.

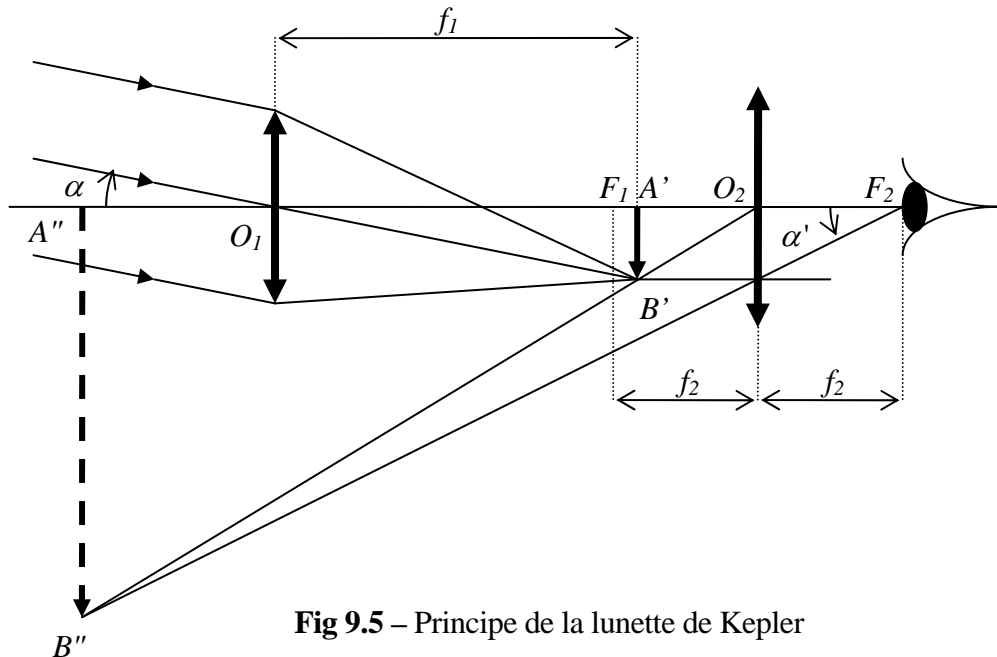


Fig 9.5 – Principe de la lunette de Kepler

Soit α le diamètre apparent d'un astre. La taille de l'image $A'B'$ est égale à αf_1 où f_1 est la focale de l'objectif. Lorsque l'image $A''B''$ est à l'infini, le diamètre apparent sous lequel l'œil voit $A''B''$ est égal à $A'B' / f_2$ où f_2 est la focale de l'oculaire. Il en résulte que le grossissement de la lunette est égal à :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A'B' / f_2}{AB / f_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

Grossissement de la lunette

$$G = \frac{f_1}{f_2}$$

(9.5)

On a donc intérêt à choisir la focale f_1 la plus longue possible et la focale f_2 la plus courte possible. Pratiquement, ce sont des considérations technologiques qui limitent la focale et par conséquent la taille de l'objectif. Au-delà de 1 m de diamètre, la déformation due au poids de la lentille devient prohibitive. Avec la lunette de Kepler²¹, l'image est renversée par rapport à l'objet.

²¹ Johannes Kepler, 1571 – 1630. Astronome allemand partisan du système de Copernic. Découvrit sur la base des mesures précises de Tycho Brahe les 3 lois qui gouvernent le mouvement des planètes.

9.3.2 Lunette de Galilée

L'**objectif** forme une image réelle $A'B'$, mais dans ce cas, l'oculaire est divergent. Étant derrière l'oculaire $A'B'$, est un objet virtuelle pour celui-ci. L'image finale $A''B''$ est également virtuelle. Comme pour la lunette de Kepler, le grossissement est donné par le rapport des focales.

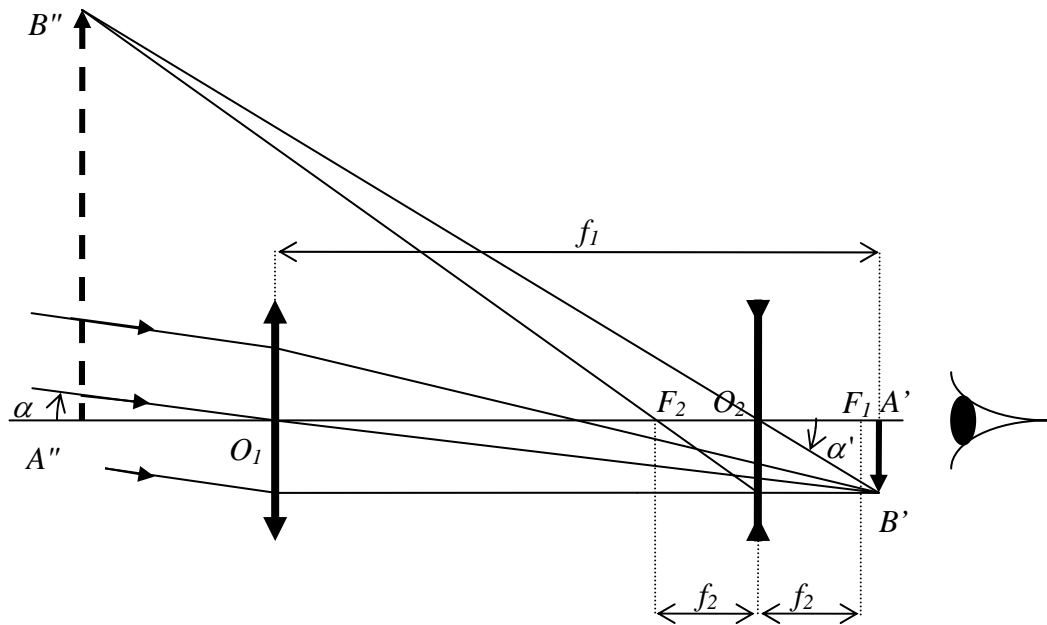


Fig 9.6 – Principe de la lunette de Galilée

Historiquement la lunette a été inventée au Pays-Bas, mais c'est Galilée qui a le premier utilisé une lunette pour explorer le ciel nocturne. Il construisit plusieurs instruments lui-même, qui lui permirent en 1610 de faire plusieurs découvertes majeures : les montagnes de la Lune, les 4 satellites de Jupiter²², le fait que la Voie Lactée est en fait composée de myriades d'étoiles, les anneaux de Saturne, les phases de Vénus. Cette dernière découverte apportait une preuve décisive en faveur de la représentation copernicienne du système solaire, avec Vénus comme planète intérieure.



Fig. 9.7. - Jupiter et ses 4 plus gros satellites : Io, Europe, Ganymède et Callisto.

²² Ces quatre satellites ont reçu le nom de galiléens. Une douzaine d'autres, plus petits, ont été découverts depuis.

Un problème important de la lunette astronomique est l'aberration chromatique de la lentille. La dispersion des couleurs limite la résolution de l'instrument. Chaque couleur a en fait une focale différente. Suite à ses travaux sur la décomposition de la lumière blanche, Newton comprit qu'il s'agissait d'une limite fondamentale et construisit un télescope à miroir.

Note : En anglais, lunette se dit refracting telescope, et télescope, reflecting telescope.

10. SOURCES LUMINEUSES

Il existe de multiples sources lumineuses :

- Soleil,
- flammes : bougie, lampe à pétrole, bec de gaz, lampe à arc,
- lampes à incandescence
- tubes à décharge, tubes fluorescents (tubes "néon"),
- lasers, diodes-lasers,
- Diodes électroluminescentes (DEL), (Light Emitting Diodes (LED))

...

Comment les caractériser ?

- par leur intensité,
- par leur couleur, ou plus précisément par leur spectre d'émission,
- par leur directivité : émission toutes les directions ou dans une direction donnée,
- par leur taille : source ponctuelle, source étendue.

...

10.1 LE CORPS NOIR

Expérimentalement, on constate que tout corps chauffé émet des ondes électromagnétiques ; c'est ce qu'on appelle en physique le « corps noir ». Pourquoi noir ? En effet, si on le chauffe suffisamment, tout corps nous apparaît d'abord rouge, puis jaune, blanc, ensuite bleu comme certains phares de voiture. La raison est que l'on considère un corps en équilibre avec son environnement : à toute instant l'énergie rayonnante reçue est égale à l'énergie émise. Dans le cas idéal, il n'y a pas de réflexion de l'énergie incidente ; or les objets qui réfléchissent le moins et absorbent le mieux la lumière sont noirs. D'où le nom de corps noir. Le spectre d'émission du corps noir dépend uniquement de sa température. (Voir le spectre solaire fig. 4.3 au § 4.3.)

Pour réaliser une source lumineuse, il suffit donc chauffer un objet. Dans une lampe à incandescence, il s'agit d'un filament de tungstène traversé par un courant électrique et porté à environ 2400°C par effet Joule. Cependant, toutes les radiations électromagnétiques émises ne sont pas visibles. Une bonne partie tombe dans l'infrarouge. L'efficacité d'une source lumineuse est définie comme le quotient de l'énergie rayonnée dans le visible par le total de l'énergie rayonnée. Comme on peut le constater sur la figure ci-contre, l'efficacité d'une lampe à incandescence ne peut guère dépasser quelques pourcents.

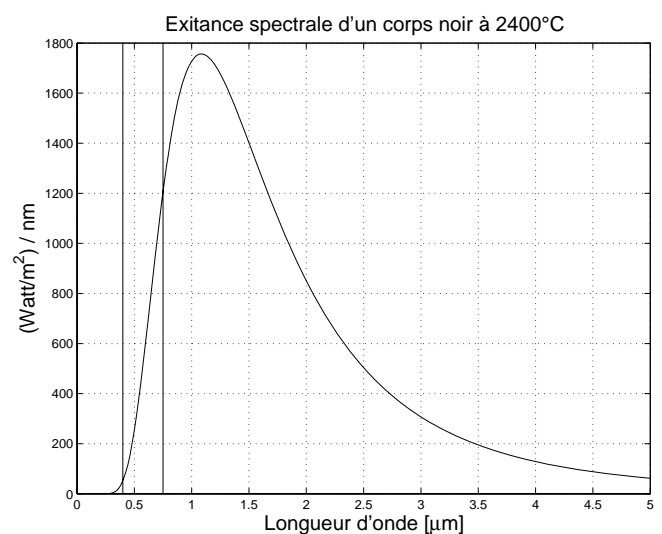


Fig. 10.1

10.2 LES UNITÉS PHOTOMÉTRIQUES

10.2.1 Intensité lumineuse

Comme le spectre visible (env. 400 – 750 nm) n'a pas de limites bien précises, la définition de l'intensité lumineuse prend en considération un rayonnement monochromatique dont la longueur d'onde correspond au maximum de sensibilité de l'œil humain, ~550 nm (540 THz). Dans le Système International (SI), l'unité d'intensité lumineuse est la **candéla**, cd en abrégé.

Déf. La candéla est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est de 1/683 watt par stéradian.

$$\text{candéla} \quad \boxed{1 \text{ cd} = \frac{\text{puissance}}{\text{angle solide}} = \frac{1}{683} \frac{\text{watt}}{\text{stéradian}}} \quad [1/683 \text{ W/sr}] \quad (10.1)$$

Cette définition appelle quelques commentaires. Le **stéradian** est l'unité d'angle solide. Par analogie avec le radian qui mesure l'angle plan, le stéradian est défini comme étant l'angle solide qui, ayant son sommet au centre d'une sphère, découpe sur celle-ci une surface d'aire égale au carré du rayon de la sphère.

La surface d'une sphère de rayon r étant égale à $4\pi r^2$, il s'ensuit que l'angle solide qui contient toutes les directions est égal à 4π . En se plaçant au centre d'une sphère d'un mètre de rayon, toute portion de sa surface mesurant un mètre carré définit un angle solide de 1 stéradian. La forme de la portion de surface n'a pas d'importance.

La raison du facteur 1/683 est historique. Il a été introduit pour des raisons de compatibilité avec l'ancienne définition de la candéla (bougie).

La puissance de la lumière (la luminosité) pouvant être exprimée en watts, on peut se demander pourquoi introduire une nouvelle unité. La justification réside dans l'importance de l'œil humain ; on a besoin en pratique d'une unité qui tienne compte de la nature subjective du rayonnement électromagnétique sur la vision humaine.

10.2.2 Le flux lumineux

Déf. Le flux lumineux est l'intensité lumineuse rayonnée dans un angle solide donné.

En d'autres termes, on intègre l'intensité lumineuse sur l'angle solide. (Voir §10.2.6.1). Le flux lumineux est donc égal à toute la puissance rayonnée dans un angle solide donné.

L'unité est le lumen, qui est le flux lumineux d'un rayonnement de 1 candéla dans 1 stéradian.

$$\text{lumen} \quad \boxed{1 \text{ lm} = \left(\frac{\text{puissance}}{\text{angle solide}} \right) (\text{angle solide}) = \frac{1}{683} \text{ watt}} \quad [1/683 \text{ W}] \quad (10.2)$$

Une source ponctuelle émettant dans toutes les directions un rayonnement lumineux d'intensité uniforme est qualifiée d'isotrope. Considérons une source isotrope d'intensité $I = 1$ candela. En intégrant sur tout l'angle solide, qui vaut 4π , on trouve que le flux lumineux de cette source vaut $\Phi = 4\pi$ lumens.

Dans la pratique, le rendement d'une source lumineuse est donné en lumen par watt (lm/W).

Lampe	[lm/W]	Lampe	[lm/W]
Incandescence	5 - 20	Halogénures métalliques	70 - 90
Lampe halogène	15 - 35	Lampe au xénon (automobile)	80 - 90
DEL (LED)	25 - 50	Sodium haute pression	100 - 130
Tube fluorescent	50 - 80	Sodium basse pression	140 - 180
Lampe économique	60 - 70		

Table 1 Rendement lumineux de quelques sources

10.2.3 L'exittance (ou émittance lumineuse)

Déf. L'exittance d'une source étendue correspond au flux lumineux émis par l'ensemble de ses points, rapporté à sa surface réelle.

Si l'on considère un élément de surface dS émettant globalement un flux lumineux $d\Phi$

Exittance
$$M = \frac{d\Phi}{dS} \quad [\text{lm/m}^2] \quad (10.3)$$

10.2.4 La luminance

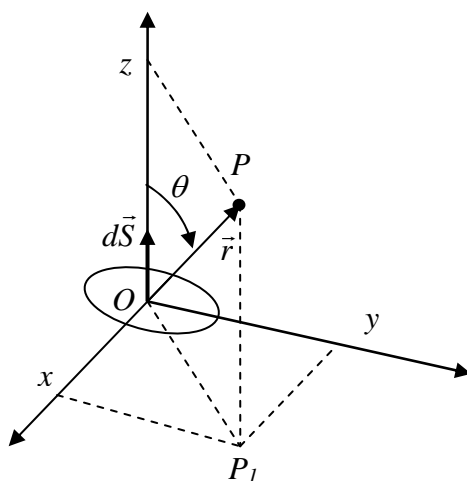


Fig 10.2

Pour calculer l'intensité lumineuse émise par un élément de surface dS dans une direction donnée, il faut tenir compte de l'angle θ entre la normale à la surface et la direction considérée.

Soit $\vec{r} = \overline{OP}$ le rayon vecteur définissant cette direction. Depuis le point P , l'élément de surface dS est vu sous une surface apparente $dS \cos \theta$.

Tenant compte de la surface apparente, la luminance se définit comme suit :

Déf.
$$L = \frac{dM}{\cos \theta d\Omega} \quad (10.4)$$

où M est l'exittance définie précédemment.

Combinant (10.3) et (10.4), on peut écrire :

$$\text{Luminance} \quad \boxed{L = \frac{d^2\Phi}{dS \cos\theta d\Omega}} \quad [\text{lm/m}^2/\text{sr}] \text{ ou } [\text{cd/m}^2] \quad (10.5)$$

Par définition, l'intensité lumineuse est égale au flux lumineux par stéradian. On obtient l'intensité totale en intégrant sur la surface :

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} = \int_{\text{Surface}} L \cos\theta dS \quad [\text{lm/sr}] \text{ ou } [\text{cd}] \quad (10.6)$$

La luminance L dépend en général faiblement de θ . **Lorsqu'elle est indépendante de l'angle d'émission, on dit que la source obéit à la loi de Lambert.** En revanche, comme le montre l'équation (10.6), l'intensité lumineuse dépend de θ .

$$\text{Loi de Lambert} \quad \boxed{I(\theta) = I_0 \cos\theta} \quad [\text{lm/sr}] \text{ ou } [\text{cd}] \quad (10.7)$$

Relation entre exitance et luminance :

Combinant encore une fois (10.3) et (10.4), il vient :

$$M = \frac{d\Phi}{dS} = \int_{\text{angle solide}} L \cos\theta d\Omega \quad [\text{lm/m}^2]$$

Si la source obéit à la loi de Lambert, on peut sortir L de l'intégrale :

$$M = L \int \cos\theta d\Omega = L \int \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$$

L'intégrale sur φ donne 2π . Effectuons l'intégrale sur θ :

$$M = 2\pi L \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta = 2\pi L \left. \frac{\sin^2\theta}{2} \right|_0^{\pi/2} = 2\pi L \frac{1}{2} = \pi L$$

$$\text{Si la source obéit à la Loi de Lambert} \quad \boxed{M = \pi L} \quad [\text{lm/m}^2] \quad (10.8)$$

10.2.5 L'éclairement

Déf. L'éclairement est l'ensemble des flux lumineux interceptés par unité de surface d'un objet.

Soit une source ponctuelle isotrope d'intensité lumineuse I placée au centre d'une sphère imaginaire de r mètres de rayon. Le flux lumineux $d\Phi$ intercepté par un élément de surface dS de cette sphère vaut :

$$d\Phi = (\text{intensité})(\text{angle solide}) = I \frac{dS}{r^2}$$

Donc, par définition, l'éclairement de cette surface dS vaut : $E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{I}{r^2}$

L'unité d'éclairement est donc le lumen par mètre carré (lm/m^2), qui a reçu le nom de lux, en abrégé lx, pour la distinguer de l'unité d'exitance.

Eclairement $1 \text{ lux} = \frac{\text{flux}}{\text{surface}} = \frac{\text{lumen}}{\text{m}^2}$ [lx] (10.9)

Exemples :

	[lux]
En plein soleil	100 000
Sous un ciel nuageux	6000 - 10 000
Salle de classe	1000
Local usuel	100
Minimum pour la lecture	10
Minimum perceptible par l'œil	10^{-9}

Table 2 Niveaux d'éclairement

10.2.6 Réflexion de la lumière par une surface

Les objets éclairés sont des sources lumineuses secondaires. Le flux lumineux réfléchi est proportionnel au flux lumineux incident et à un facteur qui dépend de la nature de la surface de l'objet.

Déf. La réflectance est le quotient du flux lumineux réfléchi par le flux incident.

Réflectance $R = \frac{\text{flux réfléchi}}{\text{flux incident}}$ [1] (10.10)

En toute rigueur, ce rapport dépend de la longueur d'onde. Dans la pratique, on se contente d'une moyenne prise sur les longueurs d'ondes visibles.

10.2.6.1 Élément d'angle solide et coordonnées sphériques

Coordonnées sphériques (r, θ, φ)

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

$$0 \leq \theta \leq \pi \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

En projection : $OP_1 = r \sin \theta$

Élément de surface :

$$dS = (r d\theta)(r \sin \theta d\varphi)$$

Élément d'angle solide :

$$d\Omega = (dS / r^2) = (d\theta)(\sin \theta d\varphi)$$

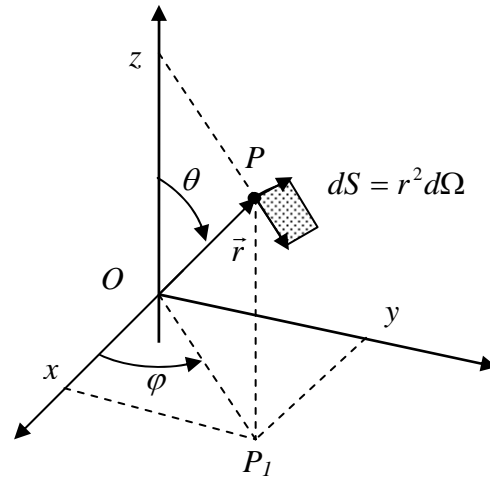


Fig. 10.3

En intégrant $d\Omega$ sur θ et φ , on obtient que l'angle solide total est égale à 4π .

$$\iiint d\Omega = \iint \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = 2\pi(-\cos \theta) \Big|_0^{\pi} = -2\pi((-1) - 1) = 4\pi$$